

Persevera

AL ALCANCE DE QUIEN ESTUDIA

Tema 25

Teoría de la producción, costes y equilibrio de la empresa

Cuerpo Técnico de Hacienda

INGRESO LIBRE · EDICIÓN 2026

perseveraoposiciones.com

AL ALCANCE DE QUIEN ESTUDIA

Cada año, mucha gente perfectamente capaz de aprobar una oposición no llega a intentarlo en serio. Y casi nunca es por falta de cabeza: es por la vida. El trabajo que te deja sin fuerzas justo cuando ibas a ponerte, las cargas familiares, no saber bien por dónde empezar o, simplemente, no poder dedicarle el día entero ni pagar una buena academia. Cosas que poco tienen que ver con lo que uno valdría sentado delante del examen.

Persevera nace de ahí: de la idea de que opositar debería depender de que estudies, y de nada más.

Prepararse bien no debería depender de cosas ajenas a tu esfuerzo. Hay muchísima gente que sacaría la plaza por su cuenta si tuviera las herramientas adecuadas a mano. El problema es que casi siempre se ven solo dos caminos: una academia, con sus horarios y su ritmo, o hacerlo del todo en solitario, sin nada ni nadie que te guíe. Persevera quiere ser un tercer camino: la libertad de ir por tu cuenta, pero con herramientas de verdad para hacerlo en serio.

Ese tercer camino empieza por lo esencial: el temario, completo y gratuito, sin registrarte. Descárgalo, guárdalo, imprímelo, compártelo con quien quieras: es tuyo, sin compromisos y para siempre.

Y las herramientas de verdad están en nuestra app. Porque, como quienes hemos pasado por ahí, sabemos que tener el temario es solo el principio: en la app el temario cobra vida, con tests para ponerte a prueba, fichas de repaso, esquemas y un seguimiento que te muestra por dónde vas y dónde flojeas. Todo pensado para exprimir cada hora de estudio. Y da lo mismo cómo te prepares: por tu cuenta o como refuerzo de una academia, aquí siempre tienes con qué practicar más.

Opositar es, sobre todo, perseverar: madrugones, días en que no entra nada, semanas en que dudas de si merece la pena. Y es en esa parte —la de aguantar— donde queremos estar a tu lado, dándote las herramientas que a nosotros nos habrían hecho el camino más fácil.

— *El equipo de Persevera*

ÍNDICE

Epígrafe 1 — La función de producción, la productividad y el equilibrio del productor	5
1. La empresa como unidad de producción	5
2. La función de producción, el corto y el largo plazo	6
3. El corto plazo: producto total, medio y marginal	7
4. La ley de los rendimientos decrecientes	10
5. La productividad	12
6. El largo plazo: las isocuantas y la relación marginal de sustitución técnica	14
7. Los isocostes y el equilibrio del productor	16
8. La senda de expansión de la producción	19
9. Los rendimientos de escala, las economías y las deseconomías	20
Epígrafe 2 — Los costes de producción: concepto, clases y funciones	24
1. El coste como valoración de los factores empleados	24
2. Los costes hundidos y por qué no deben influir en las decisiones	28
3. Las clases de coste a corto plazo: fijo, variable y total	30
4. Los costes medios y el coste marginal	31
5. Las relaciones entre las curvas: la forma en U y los cortes en los mínimos	33
6. Las funciones de costes a corto plazo: de la producción al coste	34
7. Las funciones de costes a largo plazo: la curva envolvente	36
8. El coste relevante para decidir a corto plazo	39
9. El apalancamiento operativo y la estructura de costes	40

Epígrafe 3 — La curva de oferta y el equilibrio de la empresa	43
1. El objetivo de la empresa y la función de beneficio	43
2. La condición de máximo: ingreso marginal igual a coste marginal	44
3. La forma de la condición en competencia perfecta: precio igual a coste marginal	46
4. De la curva de coste marginal a la curva de oferta de la empresa	46
5. El gráfico de la decisión	49
6. La oferta del mercado: agregación, determinantes y desplazamientos	50
7. El umbral de rentabilidad o punto muerto	51
8. El equilibrio de la empresa a corto plazo	54
9. El equilibrio a largo plazo en competencia perfecta	57

TEMA 25

Epígrafe 1 — La función de producción, la productividad y el equilibrio del productor

1. La empresa como unidad de producción

La **teoría de la producción** estudia el lado de la oferta con el instrumental que la teoría del consumidor emplea en el de la demanda. Allí un sujeto con preferencias y una renta limitada buscaba la máxima satisfacción con un presupuesto dado, aquí una **empresa** con una tecnología y unos precios de los factores busca una producción dada al mínimo coste: el mismo problema matemático, y por eso reaparecen las mismas herramientas.

La empresa es una **unidad de transformación**: adquiere en unos mercados los **factores de producción** —trabajo, bienes de equipo, materias primas, energía— y, aplicándoles una **tecnología**, obtiene bienes o servicios que vende en otros. Al hacerlo resuelve tres decisiones distintas: **qué** producir, **cuánto** producir —de donde nacerá la curva de oferta— y **cómo** producir, es decir, con qué combinación de factores. A esta última responden la función de producción y el **equilibrio del productor**.

Los factores se agrupan tradicionalmente en **tierra, trabajo y capital**, a los que la literatura moderna añade la **tecnología** y la **capacidad empresarial**. Para razonar en dos dimensiones —y poder dibujar—, el análisis los reduce a dos: el **trabajo** (L), que representa a los factores fácilmente ajustables, y el **capital** (K), que representa a los que exigen tiempo y dinero para modificarse. Lo que importa del par (K, L) es que uno es *ajustable a corto plazo* y el otro no.

La idea no es solo de manual: el derecho contable español la incorpora al valorar lo que la empresa fabrica.

Norma de registro y valoración 10.^a del Plan General de Contabilidad · El coste de producción

El coste de producción se determinará añadiendo al **precio de adquisición de las materias primas** y otras materias consumibles, los **costes directamente imputables al producto**. También deberá añadirse la parte que **razonablemente corresponda de los costes indirectamente imputables** a los productos de que se trate, en la medida en que tales costes correspondan al **periodo de fabricación**, elaboración o construcción, en los que se haya incurrido al ubicarlos para su venta y se basen en el **nivel de utilización de la capacidad normal de trabajo de los medios de producción**.

La última cautela del precepto es el concepto económico de **capacidad**: el Plan obliga a imputar los costes indirectos —la amortización de la nave, del utillaje— con arreglo a la producción *normal* y no a la efectivamente obtenida, precisamente porque los factores fijos existen aunque se usen a medias.

2. La función de producción, el corto y el largo plazo

Función de producción · $Q = f(K, L)$

La **función de producción** expresa la **cantidad máxima de producto** que la empresa puede obtener de cada combinación de factores, *dada* la tecnología disponible: $Q = f(K, L)$.

Tres términos de la definición importan. **Máxima**, porque la función supone **eficiencia técnica**: recoge lo que se obtiene si no se desperdicia nada. **Cada combinación**, porque casi siempre hay varias formas técnicas de fabricar lo mismo. Y **dada la tecnología**, porque una mejora tecnológica no es un movimiento a lo largo de la función: es una **función nueva** que da más producto con los mismos factores.

La distinción entre plazos no es cronológica sino técnica.

Corto y largo plazo · según haya o no factores fijos

Se llama **corto plazo** al periodo en el que al menos un factor es **fijo**, de modo que la producción solo puede variarse ajustando los factores variables. Se llama **largo plazo** al periodo en el que **todos** los factores son variables, incluida la dimensión de la planta.

De ahí que el corto plazo dure meses en una asesoría fiscal —donde el «capital» son cuatro ordenadores y un local alquilado— y años en una refinería. No hay un número de meses que separe uno de otro: hay una pregunta, *¿puedo cambiar ya la escala de mi instalación?*

	Corto plazo	Largo plazo
Factores	K fijo, L variable	K y L variables
Función	$Q = f(K, L)$, una variable	$Q = f(K, L)$, dos variables
Instrumento	producto total, medio y marginal	isocuantas e isocostes
Ley característica	rendimientos decrecientes del factor variable	rendimientos de escala
Decisión	cuántos turnos	qué tamaño de planta

La forma funcional más utilizada es la **función Cobb-Douglas**, $Q = A \cdot K^\alpha \cdot L^\beta$, donde A mide el nivel tecnológico y los exponentes la sensibilidad del producto a cada factor. Se emplea porque cumple con naturalidad las propiedades esperables de una tecnología —productividades marginales positivas y decrecientes, isocuantas convexas— y porque sus exponentes tienen lectura económica inmediata.

3. El corto plazo: producto total, medio y marginal

Fijado el capital, la producción depende de una sola variable, y de esa función se extraen tres magnitudes.

Producto total, medio y marginal · nivel, promedio e incremento

El **producto total** (PT) es la cantidad obtenida con una cantidad determinada de factor variable, estando fijo el resto.

El **producto medio** (PMe) es el producto por unidad de factor variable: **$PMe = PT / L$** .

El **producto marginal** (PMg) es el incremento del producto total al emplear una unidad más de factor variable, *permaneciendo constantes* los demás: **$PMg = \Delta PT / \Delta L$** .

El producto medio contesta a «¿cuánto produce por término medio cada trabajador?». El marginal, a otra pregunta distinta y mucho más útil: «¿cuánto añade el trabajador siguiente?». No deben confundirse: la decisión de contratar se toma con el marginal, nunca con el medio.

EJEMPLO

① **Producto total, medio y marginal por fases.** Una almazara cooperativa de Jaén tiene una planta de envasado de dimensión dada y solo puede variar el número de operarios de la jornada. Su producción diaria de cajas de aceite envasado responde a **$PT = 12L^2 - L^3$** . El producto medio se obtiene dividiendo ($PMe = PT / L$) y el marginal por diferencias sucesivas ($PMg = \Delta PT$):

Operarios (L)	Producto total (cajas)	Producto medio	Producto marginal	Fase
0	0	–	–	–
1	11	11,0	11	crecientes
2	40	20,0	29	crecientes
3	81	27,0	41	crecientes
4	128	32,0	47	crecientes
5	175	35,0	47	máximo del marginal
6	216	36,0	41	decrecientes
7	245	35,0	29	decrecientes
8	256	32,0	11	máximo del total

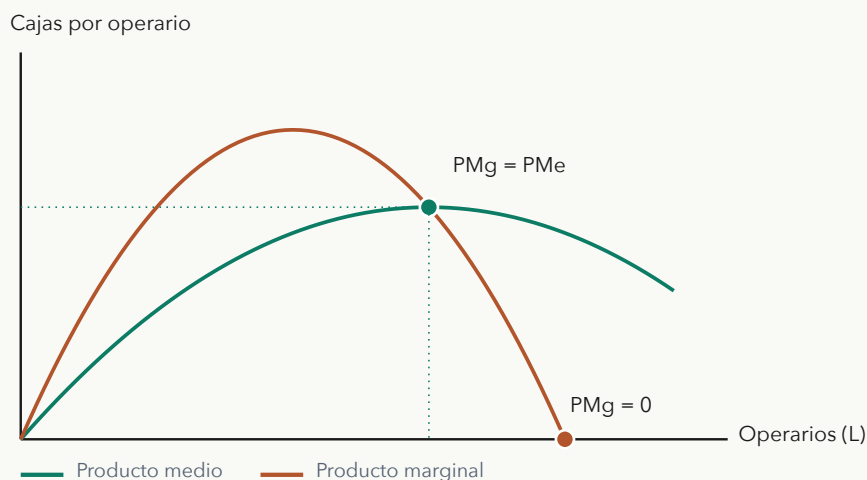
9	243	27,0	-13	negativos
---	-----	------	-----	-----------

Dos filas, paso a paso. Con seis operarios, $PT = 12 \cdot 36 - 216 = 432 - 216 = 216$ cajas, de donde $PMe = 216 / 6 = 36$ cajas por operario, y el marginal del sexto es $216 - 175 = 41$ cajas. Con nueve, $PT = 12 \cdot 81 - 729 = 972 - 729 = 243$ cajas: el noveno operario no solo no aporta, sino que destruye 13 cajas, porque estorba en una planta ya saturada.

Tres lecturas del cuadro. El **marginal alcanza su máximo antes** que el medio (entre el cuarto y el quinto operario, con 47 cajas). El **producto medio es máximo con seis operarios** (36 cajas), justo donde el marginal deja de superarlo. Y el **producto total es máximo con ocho** (256 cajas), que es donde el marginal se agota: contratar al noveno es técnicamente absurdo, con independencia de lo que cobre.

Las tres magnitudes están unidas por relaciones que se demuestran solas si se piensa en términos de medias:

- Mientras $PMg > PMe$, el **producto medio crece**, porque el que se incorpora produce más que el promedio y tira de él hacia arriba. Cuando $PMg < PMe$, el **producto medio decrece**, por la razón simétrica.
- Por consiguiente, $PMg = PMe$ exactamente en el **máximo del producto medio**: la curva de producto marginal **corta a la de producto medio en el punto más alto de esta**.
- $PMg = 0$ en el **máximo del producto total**. Mientras el marginal sea positivo, añadir factor variable aumenta la producción, y cuando se vuelve negativo, la reduce.
- Sobre la curva de producto total, el producto medio de un punto es la **pendiente de la recta que lo une con el origen** y el marginal es la **pendiente de la tangente**: coinciden donde esa recta es tangente.

PRODUCTO MEDIO Y PRODUCTO MARGINAL DEL FACTOR VARIABLE

Con producto total $PT = 12L^2 - L^3$, el producto medio es $PMe = 12L - L^2$ y el marginal $PMg = 24L - 3L^2$. El marginal es máximo en $L = 4$ (48 cajas), corta al medio en el máximo de este, $L = 6$, donde ambos valen 36 cajas, y se anula en $L = 8$, donde el producto total alcanza su máximo de 256 cajas.

MATIZ

En la tabla, el marginal del sexto operario (41) no coincide con el valor continuo del producto marginal en $L = 6$ (36). No hay error: el **marginal discreto** es la diferencia entre dos producciones enteras y equivale al marginal continuo evaluado *entre* las dos unidades, mientras que el **marginal continuo** es la derivada en un punto exacto. Si el enunciado da una tabla, se trabaja por diferencias, y si da una función derivable, se deriva.

4. La ley de los rendimientos decrecientes**Ley de los rendimientos decrecientes · el último rinde menos**

Si se añaden unidades sucesivas de un **factor variable** *manteniendo fijos* los demás factores, a partir de un cierto punto el **producto marginal** de ese factor **disminuye**.

La ley describe las tres fases visibles en la tabla anterior. En la **primera**, el factor variable es escaso respecto al fijo y su incorporación permite aprovechar la instalación y especializar tareas: el marginal **crece**. En la **segunda**, la instalación es ya el cuello de botella y cada nueva unidad de trabajo dispone de menos capital: el marginal **cae**, aunque sigue positivo, y el producto total crece cada vez más despacio. En la **tercera**, la congestión es tal que el factor variable estorba: el marginal es **negativo** y el producto total desciende. Ninguna empresa racional produce ahí, porque puede obtener más con menos.

Estas tres fases reciben un nombre clásico que se fija tomando como referencia el producto medio. La **fase I** llega hasta el **máximo del producto medio**, punto que se conoce como **óptimo técnico**: en todo ese tramo el producto medio crece, señal de que el factor fijo está infrautilizado. La **fase II** se extiende desde el óptimo técnico hasta el **máximo del producto total** —donde el marginal se anula—: el producto medio ya decrece, pero el marginal sigue positivo. La **fase III** empieza pasado el máximo del producto total, con **producto marginal negativo**.

La empresa racional produce siempre dentro de la **fase II**. No se detiene antes del óptimo técnico porque, mientras el producto medio siga subiendo, el factor fijo está desaprovechado y añadir factor variable mejora su rendimiento medio: conviene seguir contratando. Y no rebasa el máximo del producto total porque en la fase III cada nueva unidad de factor variable resta producción. El nivel exacto dentro de la fase II ya no lo decide la técnica, sino los precios: dónde situarse entre el óptimo técnico y el máximo del total depende del salario y del precio del producto.

Es la consecuencia inevitable de combinar un factor variable con otro fijo. Si nada fuese fijo, cada nuevo trabajador vendría con su propia dotación de capital y no habría razón para que su rendimiento cayera. Es, por tanto, un fenómeno de **corto plazo**.

Sobre ella construyeron los clásicos —Malthus y Ricardo— sus previsiones pesimistas: con la tierra fija y la población creciendo, el producto por trabajador agrícola caería hasta la subsistencia. La predicción falló porque la ley supone la **tecnología constante**, y el progreso técnico desplazó hacia arriba la función una y otra vez.

RECUERDA

Los rendimientos decrecientes se refieren a **un factor** (los demás fijos) y son cosa del **corto plazo**. Los de escala se refieren a **todos los factores a la vez** y son cosa del **largo plazo**. Una tecnología puede tener rendimientos decrecientes del trabajo y, a la vez, rendimientos constantes o crecientes de escala.

5. La productividad

Productividad · producto por unidad de factor

La **productividad** es el **cociente entre la producción obtenida y los factores empleados** para obtenerla. Si se refiere a un solo factor se habla de **productividad parcial** —la más usada es la del trabajo—, y si se refiere al conjunto, de **productividad total de los factores**.

La productividad es el producto medio trasladado al análisis agregado. La **productividad aparente del trabajo** divide la producción —el valor añadido, en términos macroeconómicos— por el trabajo empleado, y la elección del denominador no es inocente:

- **Por persona ocupada** (VAB / ocupados). Es el dato más disponible, pero se contamina con la jornada: un país que reparte el mismo trabajo entre más contratos a tiempo parcial verá caer su productividad por ocupado sin que nada haya empeorado.
- **Por hora trabajada** (VAB / horas efectivas). Es el indicador correcto para comparar países o periodos, porque neutraliza jornada, parcialidad y absentismo.

Una asesoría fiscal con ocho empleados a 1.700 horas efectivas cada uno emplea 13.600 horas al año. Con un valor añadido de 680.000 euros, su productividad es de 85.000 euros por empleado y de **50 euros por hora**. Si al año siguiente el valor añadido sube a 748.000 euros con las mismas horas, pasa a 55 euros por hora, un **aumento del 10 %**: esa mejora es la única fuente sostenible para subir sueldos sin subir precios.

Productividad total de los factores · lo que no explican K y L

La **productividad total de los factores** (PTF) es la parte de la producción —y de su crecimiento— que **no se explica** por la cantidad de factores empleados, sino por la **eficiencia con que se combinan**. En la función $Q = A \cdot K^\alpha \cdot L^\beta$ es el parámetro **A**.

La PTF no se observa: se **calcula como residuo**. El instrumento es la **contabilidad del crecimiento**, que descompone el crecimiento del producto en las aportaciones de cada factor, ponderadas por su peso en la renta, más un resto:

$$\text{crecimiento de } Q = \text{crecimiento de la PTF} + \alpha \cdot \text{crecimiento de } K + (1 - \alpha) \cdot \text{crecimiento de } L$$

Con un peso del capital en la renta de $\alpha = 0,35$, una economía cuyo producto crece un 2,0 %, con un capital que crece un 2,0 % y un empleo que crece un 1,5 %, arroja este reparto:

Componente	Crecimiento	Peso	Aportación
Capital	2,0 %	0,35	0,70 puntos
Trabajo	1,5 %	0,65	0,98 puntos
Productividad total de los factores	—	—	0,32 puntos (residuo)
Producto	2,0 %		2,00 puntos

De los dos puntos de crecimiento, 1,68 se explican porque hay **más factores** —crecimiento *extensivo*— y solo 0,32 porque se emplean **mejor** —crecimiento *intensivo*—. La distinción decide el destino de una economía: acumular factores tiene un techo, porque el capital sufre rendimientos decrecientes y la población activa no crece indefinidamente, mientras que mejorar la eficiencia no lo tiene. El PIB por habitante es el producto de la productividad por hora y de las horas trabajadas por habitante, y solo la primera puede crecer sin límite. De ella dependen además los **salarios reales**, la **competitividad exterior** por la vía de los costes laborales unitarios y la **capacidad recaudatoria** del sistema fiscal.

El **problema de la productividad en España** es uno de los diagnósticos más asentados del análisis económico español. Tiene cuatro rasgos:

1. **Nivel inferior al de las grandes economías del euro.** La productividad por hora trabajada se sitúa por debajo de la media de la zona del euro y a considerable distancia de Francia o Alemania: el PIB por habitante español se separa de esa media por productividad más que por falta de empleo.
2. **Estancamiento de la PTF.** En las décadas de fuerte crecimiento anteriores a 2008 el producto creció mucho, pero casi todo de forma extensiva —más empleo y más capital, con una PTF plana— y en sectores intensivos en mano de obra poco cualificada.
3. **Causas estructurales.** Un **tamaño empresarial muy pequeño** —más de nueve de cada diez empresas del Directorio Central de Empresas del INE tienen menos de diez asalariados—, que impide aprovechar economías de escala, exportar e innovar; un **esfuerzo en investigación y desarrollo** en torno al 1,5 % del PIB, frente a algo más del 2 % de la media de la Unión Europea; una **especialización** volcada en servicios de bajo valor añadido; **desajustes de cualificación**, y una **dualidad del mercado de trabajo** que, al concentrar la flexibilidad en la temporalidad, desincentiva la formación.
4. **Consecuencias fiscales.** Productividad baja significa bases imponibles bajas por trabajador, y una presión fiscal cuya elevación tropieza pronto con el nivel de renta.

MATIZ

«Productividad» sin apellido significa productividad **media**, no marginal. Y **producir más no es ser más productivo**: si la almazara del ejemplo pasa de seis a ocho operarios produce más cajas (256 frente a 216) y es a la vez menos productiva (32 por operario frente a 36).

6. El largo plazo: las isocuantas y la relación marginal de sustitución técnica

En el largo plazo desaparecen los factores fijos y la empresa elige a la vez cuánto capital y cuánto trabajo emplear. El instrumento es entonces un mapa de curvas de nivel de la función de producción: las **isocuantas**.

Isocuanta · misma producción, distinta combinación

Una **isocuanta** es el conjunto de todas las **combinaciones de factores** (K, L) técnicamente eficientes que permiten obtener **el mismo nivel de producción**.

Es el análogo de la curva de indiferencia, con una diferencia: la isocuanta se mide en **unidades objetivas de producto** —toneladas, cajas, expedientes—, de modo que de ella puede decirse *cuánto* produce, mientras que de una curva de indiferencia solo cabe decir si está más arriba o más abajo.

Sus **propiedades** son cuatro, y todas se justifican:

- **Tienen pendiente negativa.** Si se reduce el trabajo y se quiere mantener la producción, hay que aumentar el capital, y a la inversa.
- **Son convexas respecto al origen.** Cuanto menos trabajo queda, más capital hace falta para sustituir una unidad más, porque los factores no son sustitutos perfectos.
- **No se cortan.** Dos isocuantas que se cruzasen atribuirían a una misma combinación de factores dos producciones máximas distintas, contra la definición de la función de producción.
- **Las más alejadas del origen representan más producción,** *siempre que* las productividades marginales sean positivas. Todas juntas forman el **mapa de isocuantas**, representación completa de la tecnología.

Relación marginal de sustitución técnica · cuánto capital reemplaza a un trabajador

La **relación marginal de sustitución técnica** de trabajo por capital (RMST) es la cantidad de **capital** que hay que **añadir** para poder **prescindir de una unidad de trabajo** manteniendo constante la producción. Es el valor absoluto de la pendiente de la isocuanta y equivale al cociente de las productividades marginales:

$$\text{RMST} = -\Delta K / \Delta L = \text{PMg del trabajo} \div \text{PMg del capital}$$

La igualdad se ve sin cálculo: al retirar una unidad de trabajo se pierden «PMg del trabajo» unidades de producto, y hacen falta tantas de capital como quepan en esa pérdida. Si el trabajador marginal produce 40 cajas y la máquina marginal 10, sustituirlo exige **cuatro máquinas**: la RMST vale 4.

La **RMST es decreciente** a medida que se avanza por la isocuanta sustituyendo capital por trabajo, y eso da a la curva su forma convexa. La razón está en los rendimientos decrecientes: al aumentar el trabajo su productividad marginal cae, al reducirse el capital la de este sube, y el cociente disminuye. Los extremos fijan la idea: con **sustitutos perfectos** la isocuanta sería una **recta** de RMST constante, y con **complementarios estrictos** —un camión necesita un conductor— tendría **forma de L**, sin sustitución posible.

7. Los isocostes y el equilibrio del productor

La isocuanta describe lo técnicamente posible. Para decidir hacen falta los **precios de los factores**: el salario por unidad de trabajo (w) y el precio de uso del capital (r). Ambos se toman como dados, porque la empresa es pequeña respecto a los mercados de factores.

$$\text{Isocoste} \cdot C = wL + rK$$

Un **isocoste** es el conjunto de combinaciones de factores que suponen para la empresa **el mismo desembolso total**: $C = w \cdot L + r \cdot K$. Despejando el capital, $K = C/r - (w/r) \cdot L$, de donde su **pendiente es $-w/r$** , la relación de precios de los factores.

El isocoste es a la producción lo que la recta de balance al consumo: su **posición** la fija el gasto total — C/r es la ordenada en el origen, C/w la abscisa— y su **inclinación**, solo el **precio relativo** de los factores. Si el trabajo se abarata respecto al capital, por una rebaja de cotizaciones sociales, la recta se tumba, y si se encarece, se inclina.

Equilibrio del productor · tangencia entre isocuanta e isocoste

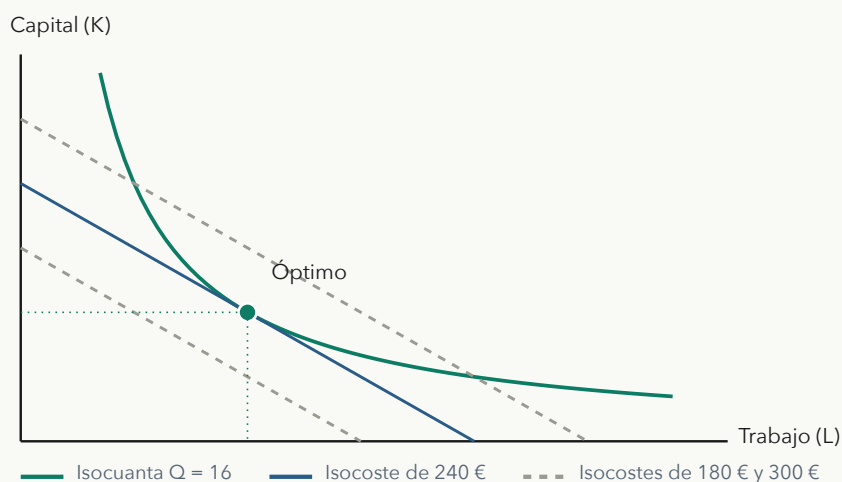
La **combinación óptima de factores** es aquella en que la isocuanta del nivel de producción deseado es **tangente** al isocoste más bajo posible. En ese punto:

$$\text{RMST} = w / r, \text{ o lo que es igual, } \text{PMg del trabajo} / w = \text{PMg del capital} / r$$

La condición admite dos lecturas equivalentes, y los enunciados usan indistintamente una u otra:

- **Lectura de pendientes.** La empresa iguala la relación en que la *técnica* le permite sustituir factores (RMST) con la relación en que el *mercado* se los cobra (w/r). Mientras la RMST supere a w/r conviene emplear más trabajo, y al contrario.
- **Lectura del euro marginal.** El último euro gastado en cada factor debe rendir el mismo producto. Si un euro en trabajo rinde más que un euro en máquinas, hay una mejora gratis: traspasar euros del capital al trabajo. En el óptimo esa reasignación ya no mejora nada.

Es el **equilibrio del productor** o **equilibrio de la producción**, y responde a un problema con dos formulaciones **duales** que llevan al mismo punto: *minimizar el coste* de una producción dada o *maximizar la producción* de un presupuesto dado.

EL EQUILIBRIO DEL PRODUCTOR

Isocuanta de $Q = L \cdot K$ para $Q = 16$, esto es $K = 16/L$. Con $w = r = 30$ euros por hora, el isocoste $30L + 30K = 240$ la toca en un solo punto, $L = K = 4$, donde la $RMST = K/L = 1$ iguala al cociente de precios $w/r = 1$. Con 180 euros las 16 unidades son inalcanzables, y con 300 euros se obtendrían pagando 60 euros de más.

EJEMPLO

② **Elección de la técnica de mínimo coste.** Un taller de carpintería puede fabricar **100 encimeras al mes** con dos técnicas, ambas técnicamente eficientes: la **A**, intensiva en trabajo, con 10 unidades de trabajo y 5 de capital, y la **B**, intensiva en capital, con 6 de trabajo y 9 de capital. Los precios son $w = 20$ € y $r = 30$ € por unidad. Se aplica $C = wL + rK$:

Técnica	Coste del trabajo	Coste del capital	Coste total
A ($L = 10, K = 5$)	$10 \times 20 = 200$ €	$5 \times 30 = 150$ €	350 €
B ($L = 6, K = 9$)	$6 \times 20 = 120$ €	$9 \times 30 = 270$ €	390 €

Con estos precios el taller elige la **técnica A** y ahorra 40 euros al mes. Las dos producen **lo mismo**: la elección no es técnica, es económica, y la decide el precio relativo $w/r = 20/30 = 0,67$.

¿Y si cambian los precios? Supóngase que el capital se abarata hasta $r = 15$ €, por una bajada del precio del equipo o por una deducción fiscal a la inversión:

- Técnica A: $10 \times 20 + 5 \times 15 = 200 + 75 = 275 \text{ €}$.
- Técnica B: $6 \times 20 + 9 \times 15 = 120 + 135 = 255 \text{ €}$.

Ahora conviene la **técnica B**: el precio relativo ha pasado de 0,67 a $20/15 = 1,33$ y la empresa **sustituye trabajo por capital**. El punto de indiferencia se obtiene igualando $200 + 5r = 120 + 9r$, de donde $r = 20 \text{ €}$ y un coste de 300 euros por cualquiera de las dos vías: por encima de 20 euros conviene A y por debajo, B. Es la lógica por la que una rebaja de cotizaciones sociales orienta la producción hacia el empleo y una deducción por inversión, hacia la maquinaria.

MATIZ

El equilibrio del productor responde a *cómo* producir, **no a cuánto**: determina la **combinación de mínimo coste** de cada nivel de producción, pero no dice qué nivel elegir, para lo que hay que comparar el coste con el ingreso. Minimizar el coste es **condición necesaria** del máximo beneficio, y no suficiente: una empresa puede producir 100.000 unidades al mínimo coste posible y arruinarse si el mercado solo absorbe 20.000.

8. La senda de expansión de la producción

Repitiendo el ejercicio para todos los niveles de producción, **con los precios de los factores constantes**, se obtiene un óptimo por cada isocuanta. El lugar geométrico que los une es la **senda de expansión de la producción**.

Senda de expansión · el rastro de los óptimos

La **senda de expansión de la producción** es el conjunto de las **combinaciones de factores de mínimo coste** correspondientes a los distintos niveles de producción, *dados* los precios de los factores.

Su interés es doble. Describe, primero, **cómo crece una empresa**: si la tecnología trata a los dos factores de manera proporcionada —caso de las funciones homogéneas, como

la Cobb-Douglas—, la senda es una **recta que parte del origen** y la empresa duplica su tamaño duplicando ambos factores, con lo que mantiene su **intensidad de capital** (la proporción K/L). Si la tecnología favorece a un factor al ganar escala, la senda se curva hacia él, como en los procesos que se automatizan al crecer el volumen.

Con los datos del gráfico anterior: con $w = r = 30$ euros, el óptimo de $Q = 16$ es $(4, 4)$ y cuesta 240 euros, y el de $Q = 36$ es $(6, 6)$ y cuesta 360 euros. Ambos puntos están sobre la recta $K = L$, que es la senda de expansión de esa tecnología.

Y es, sobre todo, el **punto hacia la función de costes a largo plazo**. Cada punto de la senda tiene asociado un nivel de producción y un coste mínimo, y esa correspondencia —a cada Q , su coste mínimo— es precisamente la **función de coste total a largo plazo**. Las curvas de costes se derivan de la tecnología y de los precios de los factores por este camino.

9. Los rendimientos de escala, las economías y las diseconomías

Rendimientos de escala · qué ocurre si se multiplica todo

Los **rendimientos de escala** miden cómo responde la producción cuando **todos** los factores se multiplican por un mismo número $t > 1$. Son **constantes** si la producción se multiplica exactamente por t , **crecientes** si se multiplica por más de t y **decrecientes** si se multiplica por menos de t .

Cada caso tiene su explicación material. Los **rendimientos constantes** son la referencia: si una nave con diez operarios produce mil unidades, dos naves idénticas con veinte producirán dos mil, porque replicar siempre es posible. Los **crecientes** aparecen cuando el mayor tamaño permite algo antes imposible: **especializar** tareas, emplear equipos **indivisibles** rentables solo a partir de cierto volumen, repartir entre más unidades los gastos fijos de investigación o de cumplimiento normativo, o aprovechar razones geométricas —duplicar la chapa de un depósito multiplica su capacidad por más de dos—. Los **decrecientes** aparecen cuando el tamaño genera **costes de coordinación**: jerarquías largas, información que se degrada, pérdida de control y de incentivos.

En una **Cobb-Douglas** $Q = A \cdot K^\alpha \cdot L^\beta$ el resultado se lee en los exponentes, porque al multiplicar los dos factores por t se obtiene $t^{(\alpha+\beta)}$ veces la producción inicial: rendimientos **constant**es si $\alpha + \beta = 1$, **crecientes** si $\alpha + \beta > 1$ y **decrecientes** si $\alpha + \beta < 1$.

EJEMPLO

③ **Caso 1. Rendimientos constantes.** Sea $Q = 10 \cdot K^{0,5} \cdot L^{0,5}$, que es lo mismo que $Q = 10 \cdot \sqrt{K \cdot L}$. Con $K = 4$ y $L = 9$:

- Producción inicial: $Q = 10 \cdot \sqrt{4 \times 9} = 10 \cdot \sqrt{36} = 10 \cdot 6 = \mathbf{60 \text{ unidades}}$.
- Se duplican **los dos** factores ($t = 2$): $K = 8$ y $L = 18 \rightarrow Q = 10 \cdot \sqrt{8 \times 18} = 10 \cdot \sqrt{144} = 10 \cdot 12 = \mathbf{120 \text{ unidades}}$.

La producción se ha multiplicado exactamente por 2: **rendimientos constantes de escala**, como anticipaba la suma de exponentes, $0,5 + 0,5 = 1$.

Casos 2 y 3. Con $Q = 10 \cdot K^{0,7} \cdot L^{0,5}$ la suma de exponentes es 1,2 y duplicar ambos factores multiplica la producción por $2^{1,2} = \mathbf{2,30}$, es decir, la hace **crecer un 129,7 %** con un aumento del 100 % de los factores: **rendimientos crecientes**. Con $Q = 10 \cdot K^{0,4} \cdot L^{0,5}$ la suma es 0,9 y el multiplicador es $2^{0,9} = \mathbf{1,87}$, **solo un 86,6 % más** de producto para un 100 % más de factores: **rendimientos decrecientes**.

Comprobación cruzada con el corto plazo. En el caso 1, si se duplica **solo el trabajo** dejando $K = 4$, L pasa de 9 a 18 y $Q = 10 \cdot \sqrt{4 \times 18} = 10 \cdot \sqrt{72} = \mathbf{84,85 \text{ unidades}}$, un aumento de apenas el 41,4 %. Duplicar un factor aislado rinde mucho menos que duplicar los dos: los **rendimientos decrecientes del trabajo** y los **rendimientos constantes de escala** conviven sin contradicción en la misma función.

La comparación se resume así:

Rasgo	Rendimientos decrecientes de un factor	Rendimientos de escala
-------	--	------------------------

Qué varía	un factor	todos los factores, en igual proporción
Qué permanece	los demás factores, fijos	nada, salvo la tecnología
Plazo	corto plazo	largo plazo
Qué se observa	producto marginal del factor	producción total ante un cambio de escala
En una Cobb-Douglas	exponente del factor menor que 1	suma de los exponentes frente a 1

De los rendimientos de escala se derivan, ya en términos monetarios, las **economías de escala**: existen cuando el **coste medio a largo plazo disminuye** al aumentar la producción, y hay **deseconomías** cuando aumenta. Entre ambos tramos está la **dimensión óptima** o escala eficiente mínima, el tamaño a partir del cual el coste medio deja de bajar, que explica por qué en unos sectores conviven miles de empresas pequeñas —panaderías, asesorías— y en otros solo caben unos pocos operadores muy grandes —refino, telecomunicaciones—. Si el coste medio decrece en todo el tramo relevante de demanda, el mercado tiende al **monopolio natural**.

MATIZ

Rendimientos crecientes de escala y economías de escala no son sinónimos exactos: los primeros son un fenómeno **técnico** y las segundas, de **coste**. Los rendimientos crecientes producen economías de escala, pero estas pueden aparecer también con rendimientos constantes: basta con que al crecer la empresa obtenga **mejores precios de sus factores** —descuentos por volumen, financiación más barata— para que su coste medio caiga sin que la tecnología haya cambiado.

El tamaño empresarial no es en España un asunto académico. Con un tejido productivo formado casi todo por microempresas, buena parte de las economías de escala queda sin aprovechar, y con ellas la capacidad de exportar, innovar y pagar salarios altos. A ello se añade un elemento de diseño fiscal: el ordenamiento tributario está lleno de **umbrales por cifra de negocios** —el régimen de empresas de reducida dimensión en el impuesto sobre sociedades, los límites de la estimación objetiva y del régimen simplificado del

IVA, el volumen de operaciones que obliga a autoliquidar el IVA mensualmente— que, razonables uno por uno, generan en conjunto un **escalón** al crecer: cuando cruzar una cifra de facturación implica de golpe más obligaciones formales y peor trato fiscal, algunas empresas **eligen no crecer**.

RECUERDA

Cuatro resultados por encima de todo. **Uno**, el producto marginal corta al medio en el **máximo** de este y se anula en el **máximo del producto total**. **Dos**, la ley de los rendimientos decrecientes es de corto plazo y exige un factor fijo y tecnología constante. **Tres**, el equilibrio del productor es la **tangencia** entre isocuanta e isocoste, $RMST = w/r$. **Cuatro**, la productividad —y en especial la PTF— es la única fuente de crecimiento sin techo, y es el punto débil reconocido de la economía española.

TEMA 25

Epígrafe 2 — Los costes de producción: concepto, clases y funciones

1. El coste como valoración de los factores empleados

La función de producción describe una relación **técnica**: cuántas unidades de *output* salen de una combinación de factores. Pero la empresa no decide en unidades físicas de trabajo y capital, sino en euros. El puente entre la técnica y la decisión es el **coste**: la valoración en dinero de los factores que hay que emplear para obtener una cantidad determinada de producto. Dicho de otro modo, el coste es la función de producción vista *desde el lado del dinero*, una vez conocidos los precios de los factores.

Coste de producción · factores consumidos, valorados

El **coste de producción** de un volumen de *output* es el **valor monetario de los factores** que la empresa debe sacrificar para obtenerlo, valorados a los precios de mercado de esos factores y suponiendo que se emplean de forma **técnicamente eficiente**.

Dos matices están escondidos en la definición. El primero: el coste presupone **eficiencia técnica**. Si una empresa desperdicia materia prima, ese despilfarro no es «coste de producción», es ineficiencia. La curva de costes se construye siempre sobre la frontera de la función de producción, nunca sobre el interior. El segundo: los factores se valoran a **precios de mercado**, y aquí es donde el concepto económico de coste se separa del concepto contable.

Coste explícito y coste implícito · pago frente a renuncia

El **coste explícito** es el que da lugar a un **pago efectivo** a un tercero por el uso de un factor ajeno. El **coste implícito** es el valor de los factores **propiedad de la empresa o del empresario**, que no genera pago alguno pero sí una **renuncia**: el importe que esos factores habrían rendido en su mejor empleo alternativo.

El coste implícito es, sencillamente, **coste de oportunidad** aplicado a los factores propios. Los sueldos, los alquileres, los suministros y las compras a proveedores son explícitos: hay factura, hay asiento y hay salida de tesorería. El trabajo del propio empresario que no se retribuye, el local del que es dueño y no alquila, y sobre todo **el capital propio inmovilizado en el negocio**, son implícitos: no hay factura, pero hay sacrificio.

	Coste explícito	Coste implícito
Origen del factor	Ajeno, contratado en el mercado	Propiedad del empresario o de la empresa
Contrapartida	Pago (o deuda) frente a un tercero	Renuncia a la mejor alternativa
Reflejo contable	Cuenta del grupo 6 del Plan General de Contabilidad	Ninguno
Ejemplos	Nóminas, arrendamientos, intereses de un préstamo, compras	Salario que el empresario dejó de cobrar, alquiler del local propio, rendimiento alternativo de los fondos propios

Artículo 38, letra f), del Código de Comercio · registro por coste

«Sin perjuicio de lo dispuesto en los artículos siguientes, los activos se contabilizarán, por el precio de adquisición, o por el coste de producción, y los pasivos por el valor de la contrapartida recibida a cambio de incurrir en la deuda, más los intereses devengados pendientes de pago; las provisiones se contabilizarán por el valor actual de la mejor estimación del importe necesario para hacer frente a la obligación, en la fecha de cierre del balance.»

Norma de registro y valoración 10.^a 1.2 del Plan General de Contabilidad · coste de producción

«El coste de producción se determinará añadiendo al precio de adquisición de las materias primas y otras materias consumibles, los costes directamente imputables al producto. También deberá añadirse la parte que razonablemente corresponda de los costes indirectamente imputables a los productos de que se trate, en la medida en que tales costes correspondan al periodo de fabricación, elaboración o construcción, en los que se haya incurrido al ubicarlos para su venta y se basen en el nivel de utilización de la capacidad normal de trabajo de los medios de producción.»

Los dos preceptos delimitan con precisión el **coste contable**: es una magnitud de *registro*, construida con desembolsos verificables (materias primas, mano de obra directa y una parte razonable de los costes indirectos) y sometida a la exigencia de fiabilidad. El Plan General de Contabilidad no tiene —ni puede tener— una cuenta para el sueldo que el empresario dejó de cobrar. El **coste económico**, en cambio, suma a los desembolsos todos los costes implícitos, porque su finalidad no es informar a terceros sino **decidir**.

Coste contable y coste económico · desembolso frente a sacrificio

Coste contable = costes explícitos. **Coste económico** = costes explícitos + costes implícitos. Por tanto, el coste económico es siempre **mayor o igual** que el contable, y la diferencia son los factores propios.

De ahí salen dos conceptos de beneficio que nunca coinciden si la empresa aporta factores propios.

Beneficio contable y beneficio económico · dos varas de medir

Beneficio contable = ingresos – costes explícitos. **Beneficio económico** = ingresos – costes explícitos – costes implícitos = beneficio contable –

costes implícitos. Un **beneficio económico nulo** (*beneficio normal*) no significa ruina: significa que la empresa está ganando **exactamente** lo que ganaría en su mejor alternativa.

La pieza más olvidada del coste implícito es el **coste de oportunidad del capital propio**. Si los socios han inmovilizado 500.000 euros en la empresa y el mercado remunera un riesgo equivalente al 6 %, la empresa está consumiendo 30.000 euros anuales de coste implícito. Si su beneficio contable es de 25.000 euros, la contabilidad dirá que gana dinero y la economía dirá que **destruye valor**: el capital habría rendido más en otra parte. Esta es la lógica que años más tarde recogen los indicadores de creación de valor y la que explica por qué, en el largo plazo, en un mercado de libre entrada el beneficio económico tiende a cero: mientras sea positivo, entra competencia.

EJEMPLO

④ **La gestoría de Marta: beneficio contable frente a beneficio económico.** Marta era técnica en un despacho y cobraba **32.000 €** brutos al año. En enero deja el empleo, monta una gestoría como autónoma en un local **de su propiedad** (locales semejantes se alquilan en su calle por **9.600 €** al año) y aporta **50.000 €** de ahorros que tenía en un depósito remunerado al 3 %. Al cerrar el ejercicio, sus cifras son estas:

Concepto	Importe
Ingresos por honorarios (base imponible, sin IVA)	95.000 €
Sueldo de una auxiliar administrativa (y cuotas)	28.000 €
Suministros, seguros, <i>software</i> y colegiación	12.500 €
Cuota de autónomos y asesoría	7.500 €
Total costes explícitos	48.000 €

Paso 1. Beneficio contable. $95.000 - 48.000 = 47.000 \text{ €}$. Es lo que aparecerá, en esencia, en su declaración de rendimientos de actividad económica. **Paso 2.**

Costes implícitos. Salario al que renunció, 32.000 €. Alquiler que no cobra por su local, 9.600 €. Rendimiento alternativo de los 50.000 € al 3 %, 1.500 €. Total: $32.000 + 9.600 + 1.500 = 43.100$ €. **Paso 3. Beneficio económico.** $47.000 - 43.100 = 3.900$ €. **Lectura.** Marta gana 3.900 € más de lo que le daba su mejor alternativa: la decisión fue acertada, pero por un margen estrecho. Si el despacho le hubiera pagado 36.000 €, su beneficio económico habría sido negativo (−100 €) pese a un beneficio contable de 47.000 €. El IVA no altera nada: es repercutido y soportado, no es ingreso ni coste.

MATIZ

No confunda tres cosas que suenan parecido. La **contabilidad financiera** mide el resultado del ejercicio con criterios normativos (Código de Comercio y Plan General de Contabilidad) y sirve para informar a terceros. La **contabilidad de costes o de gestión** reparte esos mismos costes explícitos entre productos y centros, y es interna y libre. La **teoría económica del coste** añade los implícitos y solo sirve para decidir. Un mismo pedido puede ser rentable en la tercera lectura y no aparecer siquiera como problema en la primera.

2. Los costes hundidos y por qué no deben influir en las decisiones

Coste hundido · gastado e irrecuperable

Un **coste hundido** es aquel ya comprometido que **no puede recuperarse** en ninguna medida, cualquiera que sea la decisión que se adopte a partir de ahora. Por definición es **inevitable**, y por tanto **irrelevante** para elegir entre alternativas futuras.

El criterio de decisión económica es siempre el mismo: solo son relevantes los costes e ingresos **que cambian** según la opción elegida, es decir los costes **evitables** o **incrementales**. Un coste hundido es idéntico en todas las ramas del árbol de decisión y, al ser idéntico, no puede inclinar la comparación.

Coste	¿Evitable si cambio de decisión?	¿Relevante?
Estudio de mercado ya pagado	No	No: hundido
Maquinaria específica sin valor de reventa	No	No: hundido
Maquinaria con mercado de segunda mano	Sí, por su valor de venta	Sí, ese valor es coste de oportunidad
Alquiler con contrato en vigor y sin salida	No, mientras dure el contrato	No, durante ese plazo
Materias primas aún no pedidas	Sí	Sí

Ejemplo doméstico y transparente: una empresa de Girona ha gastado 40.000 euros en desarrollar un producto que, hechas las cuentas, dejará unos ingresos de 25.000 euros y exigirá otros 15.000 de costes de lanzamiento. Los 40.000 están hundidos. La pregunta correcta no es «¿recupero los 40.000?», sino «¿los 25.000 que voy a ingresar superan los 15.000 que aún puedo dejar de gastar?». Sí los superan: **conviene lanzarlo** y asumir la pérdida global de 30.000 euros, porque no lanzarlo produciría una pérdida de 40.000. La decisión que minimiza el daño no es la que salva la cara.

MATIZ

La **falacia del coste hundido** consiste en insistir en un proyecto *porque* ya se ha invertido mucho («no podemos parar ahora»). El razonamiento correcto es el inverso: cuanto más se ha gastado ya, **menos** debe pesar lo gastado, porque es precisamente lo que no va a cambiar. Ojo con el error simétrico y menos comentado: tampoco es hundido lo que todavía puede recuperarse. Una nave comprada que puede venderse por 300.000 euros no es un coste hundido de 300.000, es un **activo** cuyo valor de venta es coste de oportunidad de seguir usándola.

RECUERDA

Tres pares que hay que dominar antes de seguir: explícito/implícito (según haya o no pago), contable/económico (según se sumen o no los implícitos) y evitable/hundido (según la decisión pueda o no modificarlo). El beneficio económico es la única cifra que responde a la pregunta «¿merece la pena esto frente a mi mejor alternativa?».

3. Las clases de coste a corto plazo: fijo, variable y total

La clasificación cambia según el horizonte. El **corto plazo** es, por definición, el periodo en el que al menos un factor está **fijo** (típicamente la planta, la nave, la maquinaria instalada). El **largo plazo** es el periodo en el que **todos** los factores pueden ajustarse, incluida la dimensión de la planta. No se mide en meses: para un puesto de churros el largo plazo puede ser una semana, para una refinería, diez años.

Coste fijo, variable y total · la descomposición básica

Coste fijo (CF): el que **no varía** con el volumen producido, dentro de la capacidad instalada. Existe incluso si la producción es cero. **Coste variable**

(CV): el que **varía** al variar la producción, y es cero si no se produce nada.

Coste total (CT): la suma de ambos, $CT(q) = CF + CV(q)$.

Clase	Comportamiento	Ejemplos españoles típicos
Fijo	Constante con q se devenga aun con la fábrica parada	Alquiler de la nave, amortización lineal de la maquinaria, seguro, salario del personal de estructura, licencias anuales, Impuesto sobre Bienes Inmuebles
Variable	Crece con q	Materias primas, energía de proceso, envases, comisiones de venta, horas extra, portes de salida
Semifijo o escalonado	Constante por tramos y salta al ampliar capacidad	Contratar un segundo turno, alquilar una segunda furgoneta

Dos advertencias sobre la frontera. Primera: fijo **no** quiere decir inalterable. El alquiler puede subir por la actualización del contrato; sigue siendo fijo porque no depende de q . Segunda: la calificación depende del horizonte y del factor que se mantiene inmovilizado. A largo plazo **todos los costes son variables** y la distinción fijo/variable desaparece, sustituida por la de escala.

4. Los costes medios y el coste marginal

De las tres magnitudes anteriores se derivan cuatro que son las verdaderamente operativas, porque expresan el coste **por unidad** o **de la unidad**.

Costes medios y coste marginal · las cuatro fórmulas

Coste fijo medio: $CFMe(q) = CF / q$. **Coste variable medio:** $CVMe(q) = CV(q) / q$. **Coste total medio:** $CTMe(q) = CT(q) / q = CFMe(q) + CVMe(q)$. **Coste marginal:** $CMg(q) = \Delta CT / \Delta q$, y en versión continua $CMg(q) = dCT/dq = dCV/dq$.

Que el coste marginal sea a la vez la derivada del coste total y la del coste variable es la primera consecuencia importante: el **coste fijo no entra en el coste marginal**, porque su

derivada es cero. Producir una unidad más nunca cuesta más alquiler. Esta observación, que parece técnica, es la que sostiene todas las decisiones de aceptar o rechazar pedidos y, más adelante, la construcción de la curva de oferta.

EJEMPLO

⑤ **La tabla completa de costes de un taller de rotulación (de 0 a 8 unidades).** Coste fijo: 60 € al día (alquiler y amortización del plóter). El coste variable recoge vinilo, tinta y horas de trabajo. Todos los importes en euros.

q	CF	CV	CT	CFMe	CVMe	CTMe	CMg
0	60	0	60	–	–	–	–
1	60	40	100	60,00	40,00	100,00	40
2	60	70	130	30,00	35,00	65,00	30
3	60	90	150	20,00	30,00	50,00	20
4	60	105	165	15,00	26,25	41,25	15
5	60	125	185	12,00	25,00	37,00	20
6	60	155	215	10,00	25,83	35,83	30
7	60	200	260	8,57	28,57	37,14	45
8	60	265	325	7,50	33,13	40,63	65

Cómo se ha construido, columna a columna. $CT = CF + CV$ (fila 4: $60 + 105 = 165$). $CFMe = 60/q$ (fila 7: $60/7 = 8,57$). $CVMe = CV/q$ (fila 8: $265/8 = 33,13$). $CTMe = CT/q$, y se comprueba que $CFMe + CVMe = CTMe$ (fila 6: $10,00 + 25,83 = 35,83$). CMg es la diferencia de CT entre filas consecutivas (de 5 a 6: $215 - 185 = 30$). **Qué enseña la tabla.** El CMg **desciende** hasta la cuarta unidad (40, 30, 20, 15) y luego **asciende** (20, 30, 45, 65): es el reflejo monetario de la ley de rendimientos decrecientes. El $CVMe$ alcanza su mínimo en $q = 5$ (25,00 €), justo el tramo en que el CMg pasa de estar por debajo ($20 < 26,25$) a estar por encima ($30 > 25,00$). El $CTMe$ alcanza el suyo **más tarde**, en $q = 6$ (35,83 €), porque el $CFMe$ sigue tirando del promedio hacia abajo (de

12 a 10 €) y compensa el encarecimiento del variable. Y el CFMe cae siempre, sin mínimo: 60 € repartidos entre cada vez más unidades.

5. Las relaciones entre las curvas: la forma en U y los cortes en los mínimos

Las cuatro curvas no son independientes: están atadas por relaciones aritméticas recogidas en cualquier manual.

Primera. La relación media–marginal. Si el coste de la última unidad es **inferior** al coste medio, el medio *baja*. Si es **superior**, el medio *sube*. Si es *igual*, el medio no se mueve, es decir está en su **mínimo**. De ahí el resultado central:

El corte del marginal · el marginal atraviesa los mínimos de los medios

La curva de **coste marginal** corta a la de **coste variable medio** y a la de **coste total medio** exactamente en sus respectivos **mínimos**, y siempre **de abajo hacia arriba**.

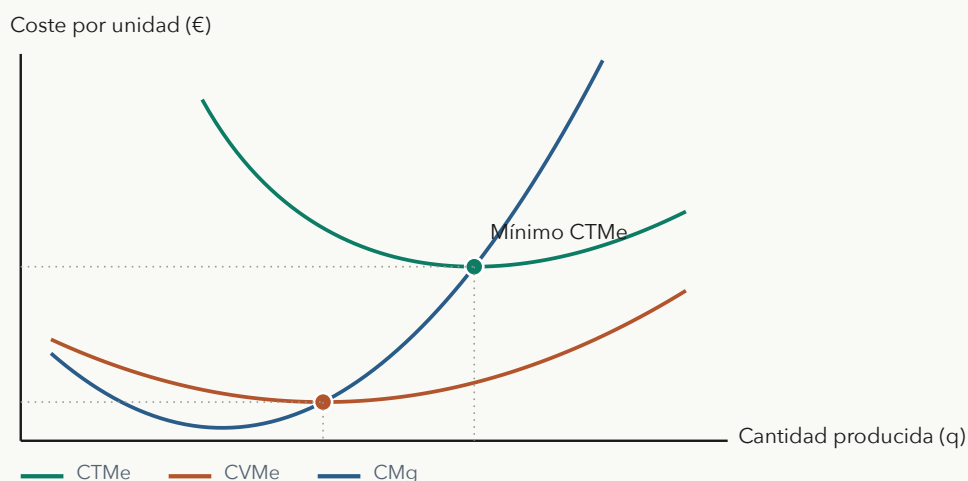
No es una casualidad geométrica: es la misma lógica de la nota media de un opositor. Mientras el último test saque menos que su media, la media baja; cuando saque más, sube; cuando iguale la media, la media se queda quieta. En términos analíticos, si $CTMe = CT/q$, entonces $d(CTMe)/dq = (CMg - CTMe)/q$, y esa derivada se anula justo cuando $CMg = CTMe$.

Segunda. Los mínimos no coinciden. El mínimo del CTMe está **a la derecha** del mínimo del CVMe, porque $CTMe = CVMe + CFMe$ y el CFMe es decreciente: durante un tramo, la caída del fijo medio compensa la subida del variable medio. Solo cuando esa compensación se agota el total medio empieza a subir.

Tercera. La forma en U es la producción vista al revés. Los promedios de coste bajan mientras la productividad sube (rendimientos crecientes o reparto del factor fijo) y suben cuando la productividad cae (rendimientos decrecientes: cada trabajador añadido rinde menos con la misma planta).

Cuarta. Las dos curvas medias convergen. La distancia vertical entre CTMe y CVMe es el CFMe, que tiende a cero al crecer q : gráficamente, ambas curvas se aproximan sin tocarse nunca.

LAS CURVAS DE COSTE A CORTO PLAZO



Con $CVMe = 12 - 4q + 0,5q^2$, coste fijo 72 (de donde $CTMe = 72/q + 12 - 4q + 0,5q^2$) y $CMg = 12 - 8q + 1,5q^2$, el coste marginal corta al variable medio en su mínimo ($q = 4$, coste 4) y al total medio en el suyo ($q = 6$, coste 18). Los mínimos no coinciden: el del total medio queda a la derecha.

MATIZ

El coste marginal **no** pasa por el mínimo del coste **fijo** medio, que no tiene mínimo, ni por el mínimo del coste **total**, que tampoco lo tiene (el CT es creciente). Solo atraviesa los mínimos de los dos medios que dependen del variable. Y cuidado con la lectura inversa: cuando el CMg está por debajo del CTMe, el CTMe **baja**, aunque el propio CMg ya esté subiendo. Que el marginal crezca no implica que el medio crezca.

6. Las funciones de costes a corto plazo: de la producción al coste

La función de costes no se postula, se **deduce** de la función de producción y de los precios de los factores. Supongamos el caso escolar de un solo factor variable, el trabajo

L , retribuido a un salario w , con la planta fija. La función de producción $q = f(L)$ puede invertirse: $L(q)$ es el trabajo *mínimo* necesario para obtener q . Entonces:

Función de costes a corto plazo · producción invertida y valorada

$CV(q) = w \cdot L(q)$ y $CT(q) = CF + w \cdot L(q)$. De aquí, dos identidades que unen coste y productividad: $CMg(q) = w / PMg_L$ y $CVMe(q) = w / PMe_L$.

Estas dos igualdades enlazan coste y productividad. Léidas despacio dicen que **el coste marginal es la inversa de la productividad marginal**, multiplicada por el salario. Si un trabajador adicional cuesta 1.800 euros al mes y aporta 30 unidades, cada unidad extra cuesta 60 euros; si el siguiente aporta solo 20 unidades por el mismo salario, el coste marginal sube a 90 euros. Nada más ha cambiado en la fábrica: solo la productividad. De ahí se siguen tres consecuencias mecánicas:

En la producción	En el coste
PMg_L creciente (rendimientos crecientes)	CMg decreciente
PMg_L máximo	CMg mínimo
PMg_L decreciente (ley de rendimientos decrecientes)	CMg creciente
PMe_L máximo	$CVMe$ mínimo
$PMg_L = PMe_L$	$CMg = CVMe$ (mínimo del $CVMe$)

La correspondencia es exacta, y por eso el punto en que la productividad media del trabajo alcanza su máximo es **el mismo** punto en que el coste variable medio alcanza su mínimo. La forma en U de los costes medios traduce a euros la ley de rendimientos decrecientes. Cuando hay varios factores variables, el razonamiento se mantiene pero exige un paso previo: para cada nivel de *output* la empresa elige la **combinación de mínimo coste** (la tangencia entre la isocuanta y la isocoste, donde la relación de productividades marginales iguala la relación de precios de los factores). La función de costes es, entonces, el **valor del programa de minimización** para cada q , y hereda dos propiedades: es creciente en q y creciente en los precios de los factores. Una subida del precio de la energía desplaza toda la familia de curvas de coste hacia arriba sin que la técnica haya cambiado un ápice.

RECUERDA

Coste y producción son la misma información con distinta unidad de medida. Si le dan una tabla de productividades, puede reconstruir la de costes multiplicando por el precio del factor y dividiendo por el producto, y al revés. Nunca conteste una pregunta de costes sin preguntarse qué está pasando con la productividad detrás.

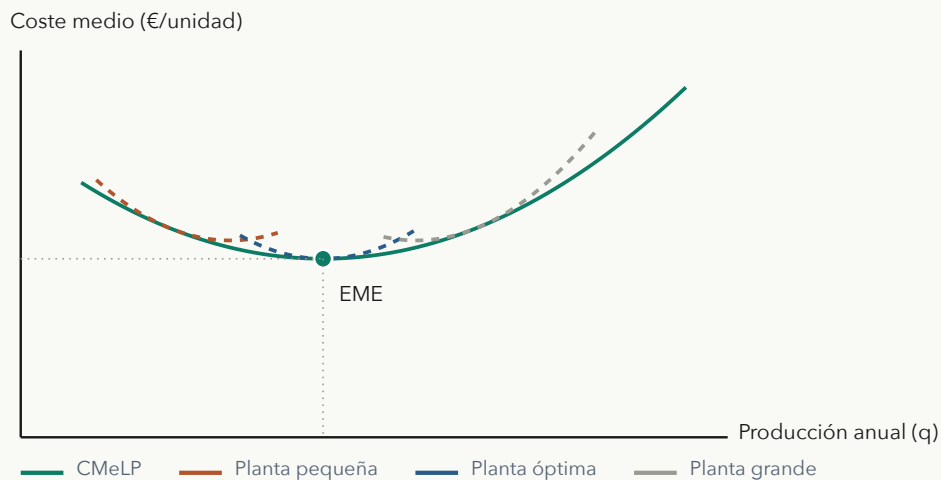
7. Las funciones de costes a largo plazo: la curva envolvente

A largo plazo desaparece el factor fijo: la empresa elige también el **tamaño de la planta**. Para cada dimensión posible existe una curva de coste total medio a corto plazo. La empresa que planifica sin restricciones escogerá, para cada volumen de producción, **la planta que lo produzca al menor coste medio posible**.

Coste medio a largo plazo · la envolvente inferior

La curva de **coste medio a largo plazo (CMeLP)** es la **envolvente inferior** de todas las curvas de coste medio a corto plazo. Para cada nivel de producción indica el coste unitario mínimo alcanzable cuando **todos** los factores, incluida la escala de la planta, se ajustan libremente. Por construcción, $\text{CMeLP} \leq \text{CMeCP}$ para todo q , con igualdad solo en el punto de tangencia.

Dos propiedades de la envolvente. La primera: cada curva de corto plazo es **tangente** a la de largo plazo en el volumen para el que esa planta fue diseñada, y queda por encima en todos los demás. La segunda, más fina: la tangencia se produce en el **mínimo** de la curva de corto plazo **solo** en un punto, el del mínimo de la envolvente. Para producciones menores que la óptima de largo plazo, la tangencia cae en el **tramo descendente** de la curva de corto plazo, y para producciones mayores, en el **ascendente**.

LA ENVOLVENTE DE LARGO PLAZO Y TRES TAMAÑOS DE PLANTA

La envolvente es $CMeLP = 20 - 4q + 0,5q^2$, con mínimo en $q = 4$ y coste 12: esa es la escala mínima eficiente. Cada planta responde a $CMeCP = CMeLP + 0,8(q - q_0)^2$ con $q_0 = 2, 4$ y 6 , y es tangente a la envolvente en su volumen de diseño, con costes 14, 12 y 14 respectivamente.

Economías y deseconomías de escala · qué le pasa al coste unitario al crecer

Hay **economías de escala** cuando, al aumentar la producción con todos los factores ajustados, el **coste medio a largo plazo disminuye** (tramo descendente de la envolvente). Hay **deseconomías de escala** cuando el coste medio a largo plazo **aumenta**. Entre ambos tramos hay **rendimientos constantes de escala**, con coste medio estable.

Economías de escala (el coste unitario baja)	Deseconomías de escala (el coste unitario sube)
Indivisibilidades técnicas: hay equipos que solo existen a partir de cierto tamaño	Costes de coordinación y burocracia interna
División del trabajo y especialización de tareas	Pérdida de control y de incentivos en plantillas grandes
Reparto de costes de estructura, sistemas y cumplimiento normativo	Encarecimiento de factores específicos escasos (suelo, personal muy cualificado)
Poder de compra frente a proveedores y mejores condiciones financieras	Congestión logística y rigidez ante cambios de demanda

Reparto del gasto en investigación, desarrollo y marca	Complejidad de la gama y descoordinación comercial
--	--

No debe arrastrarse una confusión frecuente: **rendimientos de escala** es un concepto **técnico** (qué le ocurre al *output* si multiplico todos los factores por el mismo número) y **economías de escala** es un concepto **de coste**. Con precios de los factores constantes van de la mano, pero si al crecer la empresa consigue descuentos por volumen puede haber economías de escala sin rendimientos crecientes.

Escala mínima eficiente · el primer tamaño que ya no pierde

La **escala mínima eficiente (EME)** es el **menor volumen de producción** que permite alcanzar el coste medio mínimo de largo plazo. Producir por debajo de la EME condena a un coste unitario superior al de los competidores que sí la alcanzan.

La EME es una magnitud estratégica y de política de competencia, porque comparada con el **tamaño del mercado** determina cuántas empresas caben en él. Si la EME representa el 2 % de la demanda nacional, caben decenas de operadores. Si representa el 50 %, solo caben dos, y el sector será un oligopolio por razones puramente tecnológicas. En el caso límite:

Monopolio natural · una sola empresa produce más barato

Existe **monopolio natural** cuando la escala mínima eficiente es tan grande **en relación con el tamaño del mercado** que el coste medio a largo plazo sigue **descendiendo** para todo el volumen que el mercado demanda. Entonces una sola empresa abastece el mercado a un coste unitario inferior al de dos o más, y la duplicación de instalaciones sería un despilfarro.

El caso típico son las **actividades de red** con costes fijos de infraestructura enormes y costes marginales pequeños: la red de transporte de electricidad, la de distribución de gas, la red de abastecimiento de agua de un municipio, la infraestructura ferroviaria. Tender dos redes paralelas de agua por la misma calle multiplicaría el coste sin añadir producto.

La respuesta habitual no es forzar la competencia *en* la infraestructura, sino **regular** el monopolio (precios o peajes de acceso supervisados) y abrir a la competencia las actividades que sí son replicables, como la comercialización. En términos de coste, el problema es que en un monopolio natural el coste marginal está **por debajo** del coste medio en todo el tramo relevante: fijar el precio al coste marginal sería eficiente, pero produciría pérdidas, y de esa tensión nace toda la regulación tarifaria.

8. El coste relevante para decidir a corto plazo

Con las cuatro curvas en la mano, la regla de decisión de corto plazo se vuelve casi trivial: lo que decide es el **coste variable medio**, no el total medio, porque el fijo se paga igual. Un precio inferior al coste total medio produce pérdidas contables, pero si supera el coste variable medio **cada unidad vendida contribuye a pagar los fijos**, y la pérdida es menor que cerrando.

EJEMPLO

⑥ El pedido «por debajo de coste» de una carpintería de Terrassa. Datos anuales: coste fijo 60.000 €, producción habitual 4.000 módulos, coste variable unitario 22 €.

Concepto	Cálculo	Resultado
Coste variable total	4.000×22	88.000 €
Coste total	$60.000 + 88.000$	148.000 €
Coste fijo medio	$60.000 / 4.000$	15,00 €
Coste variable medio	$88.000 / 4.000$	22,00 €
Coste total medio	$148.000 / 4.000$	37,00 €

Un hotel ofrece un pedido puntual de 500 módulos a 28 € la unidad (base imponible, IVA aparte). El precio está 9 € **por debajo** del coste total medio. ¿Se acepta? **Paso 1. Ingresos adicionales:** $500 \times 28 = 14.000$ €. **Paso 2. Costes adicionales:** el fijo no se mueve (hay capacidad ociosa), así que solo $500 \times 22 = 11.000$ €. **Paso 3. Efecto en el beneficio:** $14.000 - 11.000 = +3.000$ €. El margen de contribución unitario es $28 - 22 = 6$ €, por 500 unidades.

Paso 4. Comprobación por el coste medio. Con el pedido, el coste total pasa a $60.000 + 4.500 \times 22 = 159.000$ €, y el coste total medio **baja** a $159.000 / 4.500 = 35,33$ €. El pedido «por debajo de coste» ha abaratado el coste unitario de toda la empresa. **Conclusión: se acepta**, siempre que se cumplan cuatro condiciones: (i) hay capacidad ociosa y no se desplaza producción más rentable, (ii) los costes fijos no aumentan (nada de un segundo turno), (iii) el pedido no canibaliza a los clientes habituales ni obliga a rebajar la tarifa general, y (iv) es puntual: si el precio de 28 € se convirtiera en el precio de todas las ventas, la empresa no cubriría los fijos y a largo plazo tendría que cerrar. El umbral de cierre a corto plazo es el **coste variable medio** (22 €), no el total medio.

9. El apalancamiento operativo y la estructura de costes

La proporción entre costes fijos y variables —la estructura de costes— determina cuánto oscila el beneficio de una empresa cuando oscila su facturación.

Umbral de rentabilidad y apalancamiento operativo · el peso de los fijos

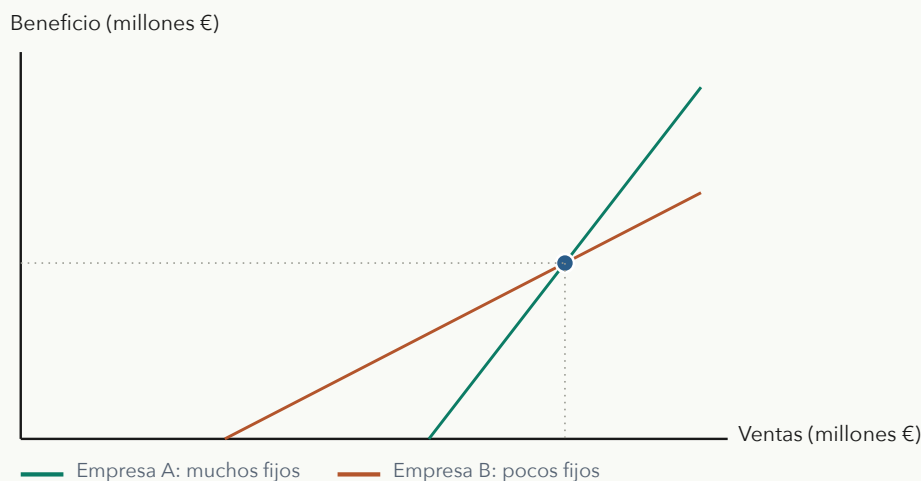
Margen de contribución unitario = precio – coste variable unitario.

Umbral de rentabilidad (punto muerto): $q^* = CF / \text{margen de contribución unitario}$. Es la producción a la que el beneficio es cero. **Grado de apalancamiento operativo (GAO)** = margen de contribución total / beneficio de explotación. Indica en qué porcentaje varía el beneficio ante una variación del 1 % en las ventas.

Cuanto mayor es el peso de los costes fijos, más alto es el umbral de rentabilidad y **más alto el apalancamiento operativo**: la empresa tarda más en empezar a ganar, pero una vez superado el umbral cada euro adicional de ventas se convierte en beneficio en una proporción mucho mayor, porque los fijos ya están cubiertos. La otra cara es la simétrica y menos agradable: **una caída de ventas se amplifica igual de rápido**. Por eso las empresas intensivas en capital (hoteles, líneas aéreas, cementeras, autopistas) son mucho

más **sensibles al ciclo económico** que las intensivas en costes variables (una asesoría, una empresa de subcontratación o un comercio con proveedores flexibles).

DOS ESTRUCTURAS DE COSTES ANTE EL CICLO



Beneficio de la empresa A (muchos fijos) = $0,5V - 30$ y de la empresa B (pocos fijos) = $0,2V - 6$, en millones de euros. Sus umbrales de rentabilidad están en $V = 60$ y $V = 30$, y ambas ganan lo mismo (10) con ventas de 80: por encima gana más A, por debajo aguanta mejor B.

	Empresa A (intensiva en fijos)	Empresa B (intensiva en variables)
Costes fijos	30 millones	6 millones
Margen de contribución sobre ventas	50 %	20 %
Umbral de rentabilidad	60 millones de ventas	30 millones de ventas
Beneficio con ventas de 80	10 millones	10 millones
GAO en ese punto	$40 / 10 = 4$	$16 / 10 = 1,6$
Si las ventas suben un 10 % (a 88)	Beneficio 14 (+40 %)	Beneficio 11,6 (+16 %)
Si las ventas bajan un 10 % (a 72)	Beneficio 6 (−40 %)	Beneficio 8,4 (−16 %)

Las cifras se obtienen aplicando las dos rectas de beneficio: con ventas de 88, A gana $0,5 \times 88 - 30 = 14$ y B gana $0,2 \times 88 - 6 = 11,6$, exactamente el 40 % y el 16 % de variación que anticipaba el GAO. La lección de gestión es clara: el apalancamiento operativo amplifica

el beneficio en ambos sentidos, y la elección de estructura de costes es una elección de riesgo. Externalizar, alquilar en vez de comprar o retribuir por comisión convierte fijos en variables: se sacrifica margen en los años buenos a cambio de resistencia en los malos. Y no es una decisión independiente de la financiación: una empresa con mucho apalancamiento operativo y mucha deuda acumula dos amplificadores sobre el mismo beneficio.

MATIZ

El apalancamiento operativo no es una característica permanente: el GAO **cambia con el nivel de ventas**. Es enorme justo por encima del umbral de rentabilidad (donde el beneficio es casi cero y el denominador diminuto) y se va acercando a 1 a medida que la empresa se aleja de él. Decir «esta empresa tiene un GAO de 4» sin decir a qué volumen de ventas es una frase incompleta.

RECUERDA

A **corto plazo**, con la planta dada, manda la pareja coste fijo/coste variable: la forma en U de los medios, el marginal cortándolos en sus mínimos y la regla de que solo el coste variable medio decide si conviene producir. A **largo plazo**, con todo ajustable, manda la escala: la envolvente, las economías y deseconomías, la escala mínima eficiente y, en el límite, el monopolio natural. Y entre ambos horizontes, la estructura de costes elegida determina el apalancamiento operativo, es decir la sensibilidad del beneficio al ciclo. Con estas funciones de coste construidas, el paso siguiente es inmediato: comparar el coste marginal con el ingreso marginal para obtener la curva de oferta y el equilibrio de la empresa.

TEMA 25

Epígrafe 3 — La curva de oferta y el equilibrio de la empresa

1. El objetivo de la empresa y la función de beneficio

Los dos epígrafes anteriores han descrito la **tecnología** (qué combinaciones de factores son posibles) y los **costes** (cuánto cuesta cada nivel de producción). Falta el motivo: por qué la empresa elige *una* cantidad y no otra. El supuesto de partida del análisis microeconómico es que la empresa persigue el **máximo beneficio**, y ese supuesto refleja la posición jurídica del socio en una sociedad de capital.

Artículo 93 de la Ley de Sociedades de Capital · derechos del socio

En los términos establecidos en esta ley, y salvo los casos en ella previstos, el socio tendrá, como mínimo, los siguientes derechos: a) El de participar en el reparto de las ganancias sociales y en el patrimonio resultante de la liquidación.

Si el socio tiene derecho a las ganancias, el administrador que gestiona en su interés tiene un mandato económico claro: hacer las ganancias lo mayores posible. De ahí que el modelo formalice el problema de la empresa como la maximización de una única función.

Beneficio · ingresos totales menos costes totales

El **beneficio** de la empresa es la diferencia entre el ingreso total y el coste total para cada nivel de producción: $B(Q) = IT(Q) - CT(Q)$.

Los dos sumandos tienen naturaleza distinta. El **ingreso total** depende del mercado: $IT(Q) = P(Q) \cdot Q$, donde $P(Q)$ es el precio al que la empresa puede colocar Q unidades. El **coste total** depende de la tecnología y de los precios de los factores: $CT(Q) = CF + CV(Q)$,

tal como se construyó en el epígrafe anterior. La cantidad Q es la variable que la empresa controla, y el beneficio es una función de esa única variable.

El coste que entra en $CT(Q)$ es el económico, no solo el desembolso contable: incluye el **coste de oportunidad** de los recursos propios (el sueldo que el titular dejaría de cobrar en otro empleo, la rentabilidad que el capital aportado obtendría en un uso alternativo de riesgo semejante). Esta precisión es la que da sentido a expresiones que aparecerán más adelante, como «beneficio nulo» a largo plazo: nulo no significa arruinado, significa que la empresa gana exactamente lo que ganaría en la mejor alternativa disponible.

MATIZ

Maximizar el beneficio **no** es maximizar el ingreso, ni minimizar el coste, ni vender lo más posible. Producir más aumenta el ingreso, pero también el coste, y a partir de cierto punto lo segundo crece más deprisa que lo primero. Tampoco es maximizar el beneficio *por unidad*: una empresa que vendiera una sola unidad con un margen enorme ganaría menos que otra que vende muchas con un margen razonable. La magnitud que se maximiza es el beneficio **total**.

2. La condición de máximo: ingreso marginal igual a coste marginal

Como el beneficio es la diferencia entre dos funciones de Q , su máximo se localiza comparando cómo crecen ambas cuando la producción aumenta en una unidad. Esa comparación se hace con dos magnitudes marginales.

Ingreso marginal · lo que añade la última unidad

El **ingreso marginal** es el incremento del ingreso total provocado por vender una unidad más: $IM = \Delta IT / \Delta Q$ (en términos continuos, la derivada del ingreso total respecto de la cantidad).

El **coste marginal** ya es conocido: $CMg = \Delta CT / \Delta Q$, el incremento del coste total al producir una unidad más. Con estas dos piezas el razonamiento es inmediato. Si la unidad

siguiente aporta más ingreso que coste ($IM > CMg$), producirla aumenta el beneficio y la empresa debe producirla. Si aporta menos ingreso que coste ($IM < CMg$), producirla reduce el beneficio y la empresa debe renunciar a ella. El beneficio deja de crecer justo donde las dos magnitudes se igualan.

Condición de máximo beneficio · $IM = CMg$, con el marginal creciente

La empresa maximiza el beneficio en la cantidad en que el **ingreso marginal iguala al coste marginal** ($IM = CMg$), *siempre que* en ese punto el **coste marginal sea creciente** —más exactamente, que crezca más deprisa que el ingreso marginal—.

La segunda parte de la condición no es un adorno matemático. Con costes marginales en forma de U, la igualdad $IM = CMg$ se cumple normalmente **dos veces**: una en el tramo *decreciente* del coste marginal y otra en el tramo *creciente*. El primer cruce es un **mínimo** de beneficio, no un máximo: a su izquierda el coste marginal está por encima del ingreso marginal (perder menos exige producir menos) y a su derecha por debajo (producir más mejora el resultado). Solo el segundo cruce, el del tramo ascendente, es el máximo buscado.

MATIZ

« $IM = CMg$ » es condición **necesaria**, no suficiente. Si en un supuesto le dan un coste marginal en U y le piden la cantidad óptima, resuelva la ecuación y quédese con la **raíz mayor**, la del tramo creciente. Quedarse con la menor es el error clásico, y el enunciado no suele avisar.

Hay además una advertencia de escala: la condición marginal solo dice dónde está el mejor nivel de producción **positivo**. Nada garantiza que ese óptimo dé beneficio; puede dar pérdidas. Comparar ese resultado con la alternativa de no producir es un paso aparte, y es precisamente el que conduce al punto de cierre.

3. La forma de la condición en competencia perfecta: precio igual a coste marginal

En un mercado de **competencia perfecta** la empresa es *precio-aceptante*: hay muchos oferentes, el producto es homogéneo, la información es amplia y no existen barreras de entrada, de modo que ninguna empresa individual puede alterar el precio de mercado. La empresa se enfrenta, por tanto, a una **demanda horizontal** al nivel del precio P : puede vender la cantidad que quiera a ese precio y nada a un precio superior.

Si el precio es dado, el ingreso total es $IT = P \cdot Q$, una recta que pasa por el origen. Y si el ingreso total es proporcional a la cantidad, cada unidad adicional aporta exactamente el precio:

Ingreso marginal en competencia perfecta · coincide con el precio

Cuando el precio es un dato para la empresa, $IT = P \cdot Q$ y por tanto **$IM = P$** (y también el ingreso medio, $IME = P$). La condición general $IM = CMg$ se convierte en **$P = CMg$** .

Esta es la regla operativa de todo el epígrafe. La empresa competitiva mira el precio de mercado, lo compara con su propio coste marginal y produce hasta el punto en que ambos se igualan en el tramo creciente. No decide el precio: decide la **cantidad**.

RECUERDA

Tres igualdades que no deben mezclarse: la condición **general** de máximo beneficio es $IM = CMg$; en **competencia perfecta** se concreta en $P = CMg$ porque $IM = P$; en **monopolio** (tema aparte) sigue siendo $IM = CMg$, pero $IM < P$, y de ahí que el precio de monopolio sea superior al coste marginal.

4. De la curva de coste marginal a la curva de oferta de la empresa

La regla $P = CMg$ contiene ya la **curva de oferta**. Basta leerla al revés: en lugar de preguntar «dado el precio, qué cantidad produzco», preguntamos «para cada precio posible, qué cantidad produciría esta empresa». La respuesta la da el propio coste marginal, porque

para cada P la cantidad óptima es aquella en que $CMg(Q) = P$. La curva de oferta de la empresa competitiva es su curva de coste marginal, leída de precios a cantidades.

Con una salvedad de peso: no toda la curva de coste marginal sirve. Del tramo decreciente ya sabemos que corresponde a mínimos de beneficio, así que queda fuera. Y del tramo creciente hay que descartar la parte en que a la empresa le convendría más no producir nada. Esto último exige una comparación explícita.

Si la empresa **produce** Q unidades, su resultado es $P \cdot Q - CV(Q) - CF$. Si la empresa **para**, su resultado es $-CF$: los costes fijos, a corto plazo, se pagan igual (el alquiler comprometido del local, la amortización de la nave, el seguro, el sueldo del personal de estructura). Producir es preferible a parar siempre que:

$P \cdot Q - CV(Q) - CF > -CF$, es decir, $P \cdot Q > CV(Q)$, o dividiendo por Q , $P > CVMe(Q)$.

Es decir: lo que decide si merece la pena producir *algo* no es el coste total medio, sino el **coste variable medio**. Los costes fijos no aparecen en la comparación porque son idénticos en las dos ramas de la decisión: son **costes irreversibles a corto plazo** y, por tanto, irrelevantes para elegir entre producir y no producir.

Curva de oferta de la empresa · el marginal creciente por encima del variable medio mínimo

La **curva de oferta a corto plazo** de la empresa competitiva es el tramo **creciente** de su curva de **coste marginal** situado **por encima del mínimo del coste variable medio**. Para precios inferiores a ese mínimo, la cantidad ofrecida es cero.

De aquí salen los dos puntos singulares que el opositor debe saber situar en un gráfico y calcular con números.

Punto de cierre · precio igual al mínimo del coste variable medio

El **punto de cierre** (o punto de abandono) es el nivel de producción en que el coste marginal corta al **coste variable medio en su mínimo**. Al precio correspondiente la empresa es indiferente entre producir y parar: si el precio

cae por debajo, *conviene parar*, porque los ingresos no cubren ni los costes variables y cada unidad producida añade pérdida a la pérdida.

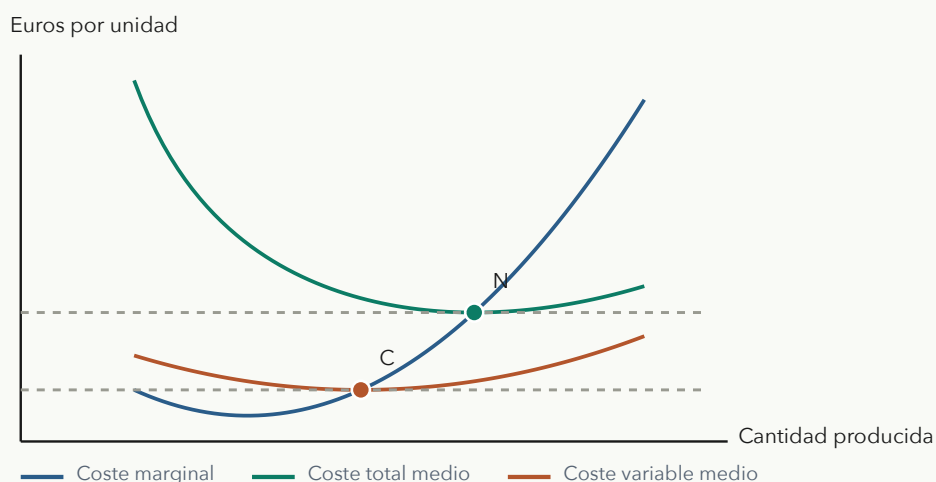
Punto de nivelación · precio igual al mínimo del coste total medio

El **punto de nivelación** (o punto de cobertura) es el nivel de producción en que el coste marginal corta al **coste total medio en su mínimo**. Al precio correspondiente el beneficio es exactamente **nulo**: $P = CTMe$. Por encima de ese precio hay beneficios, por debajo hay pérdidas.

Que el coste marginal pase por el mínimo de las dos curvas medias no es casualidad: mientras el marginal está por debajo de una media, esa media desciende; cuando lo supera, asciende; luego la corta justo en su punto más bajo. Es la propiedad general que relaciona toda magnitud marginal con su media.

5. El gráfico de la decisión

LA OFERTA DE LA EMPRESA: DEL PUNTO DE CIERRE AL DE NIVELACIÓN



Con $CT(Q) = Q^3 - 6Q^2 + 15Q + 32$, el coste variable medio $CVMe = Q^2 - 6Q + 15$ alcanza su mínimo en $Q = 3$ con valor 6 (punto de cierre, C) y el coste total medio $CTMe = Q^2 - 6Q + 15 + 32/Q$ lo alcanza en $Q = 4$ con valor 15 (punto de nivelación, N). El coste marginal $CMg = 3Q^2 - 12Q + 15$ pasa por los dos mínimos: $CMg(3) = 6$ y $CMg(4) = 15$. Con un precio horizontal de 15 € el beneficio es nulo; con 6 € la empresa es indiferente entre producir 3 unidades y cerrar; por debajo de 6 € ofrece cero.

La lectura del gráfico ordena toda la casuística del corto plazo. Las dos rectas horizontales son precios de mercado; la empresa se sitúa siempre sobre el coste marginal, a la altura del precio que le toque.

Precio de mercado	Cantidad	Resultado	Decisión
Superior a 15 € (mínimo del CTMe)	$CMg = P$, tramo creciente	Beneficio extraordinario	Producir
Igual a 15 € (nivelación, N)	4 unidades	Beneficio nulo, o <i>normal</i>	Producir
Entre 6 € y 15 €	$CMg = P$	Pérdida menor que los costes fijos	Producir: la pérdida se soporta
Igual a 6 € (cierre, C)	3 unidades	Pérdida igual a los costes fijos	Indiferente
Inferior a 6 €	Cero	Pérdida igual a los costes fijos	Parar

RECUERDA

El **coste variable medio** decide si se produce; el **coste total medio** decide si se gana dinero. Confundir los dos umbrales lleva a la conclusión errónea de que toda empresa con pérdidas debe cerrar, cuando lo cierto es que muchas pérdidas se soportan racionalmente a corto plazo.

6. La oferta del mercado: agregación, determinantes y desplazamientos

La oferta del mercado se obtiene por **agregación horizontal** de las ofertas individuales: para cada precio se suman las cantidades que cada empresa está dispuesta a producir. «Horizontal» significa que se suman **cantidades**, no precios, exactamente como en la demanda de mercado. Si en un sector hay n empresas idénticas, la oferta del mercado es simplemente n veces la oferta individual; si son distintas, la curva agregada tiene quiebros, porque a medida que el precio sube se van incorporando empresas cuyo coste variable medio mínimo es más alto (las más ineficientes entran en juego solo cuando el precio las hace viables).

La agregación explica de paso por qué la oferta de mercado tiene **pendiente positiva**: subir el precio hace rentable producir más en cada empresa que ya está dentro, y además hace rentable la producción de empresas que antes estaban paradas.

Junto al precio, del que depende el **movimiento a lo largo** de la curva, hay otras variables que la **desplazan** entera. Distinguirlo es el mismo hábito exigido en la demanda: cambia el precio, se recorre la curva; cambia cualquier otra cosa, la curva se mueve.

Determinante	Sentido del efecto	Ejemplo español
Precio de los factores	Al subir, la oferta se desplaza a la izquierda	Subida del salario mínimo interprofesional o del tipo de cotización a la Seguridad Social a cargo de la empresa
Tecnología	Una mejora desplaza la oferta a la derecha	Automatización de líneas de envasado que reduce el coste variable unitario

Número de empresas	Más oferentes, oferta a la derecha	Entrada de operadores tras la liberalización de un servicio
Precios de bienes relacionados en la producción	Si sube el precio del bien alternativo, la oferta del bien se retrae	Un agricultor que reasigna hectáreas del cereal al girasol
Impuestos y subvenciones que gravan la producción	Los impuestos desplazan la oferta a la izquierda; las subvenciones, a la derecha	Impuesto Especial sobre Hidrocarburos, Impuesto Especial sobre la Electricidad, primas a la generación renovable
Expectativas	Esperar precios más altos retrae la oferta presente	Almacenamiento de cosecha ante previsión de subida
Condiciones naturales y regulatorias	Alteran el coste o la posibilidad de producir	Sequía, cupos, licencias

MATIZ

No todo impuesto desplaza la oferta. El **IVA** no es un coste de la empresa: se repercute al cliente y el soportado en las compras es deducible, de modo que atraviesa la cuenta de resultados sin dejar rastro (el Plan General de Contabilidad lo aparca en cuentas de Hacienda Pública, no en gastos). Lo que sí entra en el coste variable —y por tanto mueve la curva— son las **cotizaciones sociales**, los **impuestos especiales** sobre productos que la empresa fabrica o consume y cualquier tributo que grave el proceso productivo. Distinguir tributo repercutible de tributo que es coste tiene consecuencias directas en la cuenta de resultados.

El modelo tiene un límite. La identificación «oferta = coste marginal» es propia de la **competencia perfecta**. En un monopolio no existe curva de oferta en este sentido, porque la empresa elige el par precio-cantidad sobre la demanda, y la agregación de ofertas individuales carece de sentido si el sector está concentrado.

7. El umbral de rentabilidad o punto muerto

El punto de nivelación tiene una versión simplificada, de uso corriente en la gestión de empresas y en el análisis de costes: el **umbral de rentabilidad**, también llamado **punto**

muerto o punto de equilibrio. Se obtiene suponiendo que el precio de venta es constante y que el **coste variable unitario** también lo es, de modo que el coste total es una recta: $CT = CF + cv \cdot Q$.

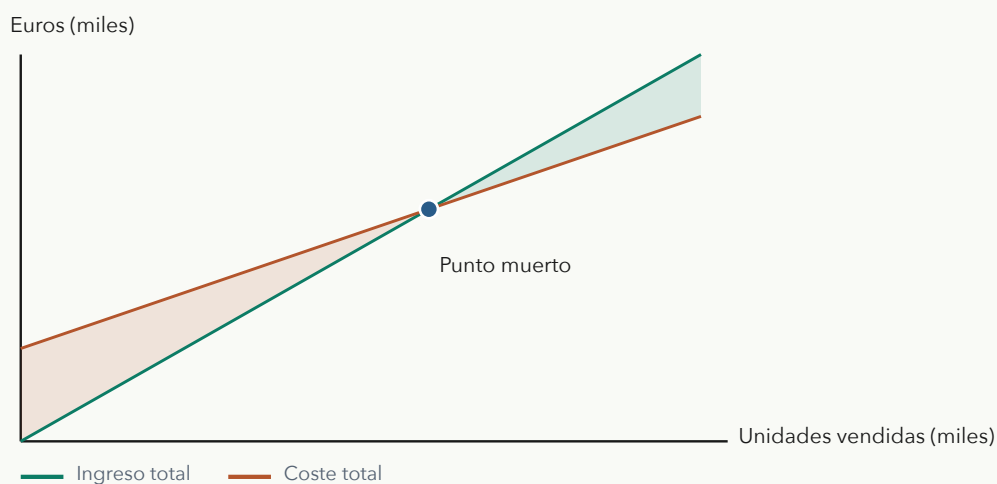
$$\text{Umbral de rentabilidad} \cdot Q = CF / (p - cv)$$

El **punto muerto** es el volumen de producción y venta que iguala el ingreso total al coste total, es decir, el que hace nulo el beneficio: de $p \cdot Q = CF + cv \cdot Q$ se despeja $Q = CF / (p - cv)$, donde p es el precio unitario, cv el coste variable unitario y CF los costes fijos del periodo.

Margen de contribución · precio menos coste variable unitario

El **margen de contribución unitario** es la diferencia $m = p - cv$: lo que cada unidad vendida aporta a la cobertura de los costes fijos y, una vez cubiertos, al beneficio. El punto muerto es, leído así, el número de unidades necesarias para que la suma de los márgenes iguale los costes fijos: $Q = CF / m$.

INGRESOS, COSTES Y PUNTO MUERTO



Con precio unitario 25 €, coste variable unitario 15 € y costes fijos 60.000 €, el ingreso total $IT = 25Q$ y el coste total $CT = 60.000 + 15Q$ se cortan en $Q = 6.000$ unidades y 150.000 € de facturación. A la izquierda del corte la zona sombreada mide la pérdida; a la derecha, el beneficio. Las magnitudes van en miles.

EJEMPLO

⑦ **Cálculo del punto muerto o umbral de rentabilidad.** Una empresa de Girona fabrica un componente metálico y lo vende a **25 €** por unidad (precio neto, sin IVA). El **coste variable unitario** es de 15 € (materia prima 9 €, energía 2 €, mano de obra directa 4 €). Los **costes fijos** anuales ascienden a **60.000 €** (alquiler de la nave 30.000, amortización de la maquinaria 18.000, sueldo del personal de estructura y seguros 12.000).

Paso 1. Margen de contribución. $m = p - cv = 25 - 15 = 10 \text{ € por unidad.}$

Paso 2. Punto muerto en unidades. $Q = CF / m = 60.000 / 10 = 6.000$ unidades.

Paso 3. Punto muerto en euros de facturación. $6.000 \times 25 = 150.000 \text{ €.}$

Puede obtenerse también dividiendo los costes fijos por la *ratio* de margen: $60.000 / (10/25) = 60.000 / 0,40 = 150.000 \text{ €.}$

Paso 4. Comprobación con una tabla.

Unidades	Ingreso total	Coste variable	Coste fijo	Coste total	Beneficio
0	0	0	60.000	60.000	-60.000
3.000	75.000	45.000	60.000	105.000	-30.000
6.000	150.000	90.000	60.000	150.000	0
9.000	225.000	135.000	60.000	195.000	+30.000

Paso 5. Lectura. Cada unidad por debajo de 6.000 deja 10 € de coste fijo sin cubrir; cada unidad por encima añade 10 € de beneficio. Si la empresa espera vender 9.000 unidades, su **margen de seguridad** es $(9.000 - 6.000) / 9.000 = 33,3 \%$: puede perder un tercio de sus ventas antes de entrar en pérdidas.

Paso 6. Qué pasa si suben los costes fijos. El propietario de la nave eleva el alquiler en 15.000 € anuales, de modo que CF pasa a **75.000 €**. El margen unitario no cambia (el alquiler es fijo), pero el umbral sí: $Q = 75.000 / 10 = 7.500$ unidades, un **25 % más**. Con las mismas 9.000 unidades de venta, el

beneficio cae de 30.000 € a 15.000 € y el margen de seguridad se reduce al 16,7 %. Y si además la competencia obliga a bajar el precio a 23 €, el margen baja a 8 € y el umbral se dispara a $75.000 / 8 = 9.375$ unidades: la empresa dejaría de alcanzar el punto muerto.

La moraleja es la del **apalancamiento operativo**: cuanto mayor es el peso de los costes fijos, más alto es el umbral y más violenta es la reacción del beneficio ante variaciones de las ventas.

MATIZ

El punto muerto **no es** exactamente el punto de nivelación del modelo micro-económico. El punto muerto supone coste variable unitario **constante** (coste total lineal, coste variable medio horizontal), y en ese mundo el coste marginal coincide con el coste variable medio y el punto de cierre desaparece como punto singular. El punto de nivelación, en cambio, se define sobre un coste total medio en **U**: es el mínimo de esa curva, y allí $P = CMg = CTMe$. Uno es una herramienta de control de gestión, el otro una condición de equilibrio; se parecen porque los dos responden a «beneficio cero», pero no comparten los supuestos.

8. El equilibrio de la empresa a corto plazo

Se dice que la empresa está en **equilibrio** cuando produce la cantidad que maximiza su beneficio dado el precio de mercado y no tiene incentivo a modificarla. A **corto plazo** —el periodo en que la capacidad instalada está dada y los costes fijos existen— ese equilibrio admite tres situaciones, y la clave está en dónde queda el precio respecto de los dos umbrales del apartado 5.

Situación	Condición sobre el precio	Resultado	Conducta racional
Beneficios extraordinarios	$P > \text{mínimo del CTMe}$	$B > 0$	Producir donde $P = CMg$

Beneficio normal	$P = \text{mínimo del CTMe}$	$B = 0$	Producir en el punto de nivelación
Pérdidas que conviene soportar	$\text{mínimo del CVMe} < P < \text{mínimo del CTMe}$	$B < 0$, pero mayor que $-CF$	Seguir produciendo
Cierre	$P < \text{mínimo del CVMe}$	Parar limita la pérdida a $-CF$	Producción cero

El caso interesante es el tercero, porque contradice la intuición: una empresa que pierde dinero puede estar comportándose de forma perfectamente racional al seguir abierta. Mientras el precio supera el coste variable medio, cada unidad vendida deja un margen de contribución positivo que **absorbe parte de los costes fijos**, si cerrase, esos fijos seguirían ahí sin nada que los compense. La pérdida existe, pero es menor que la pérdida de cerrar.

EJEMPLO

⑧ **Producir con pérdidas frente a cerrar.** Un taller de mecanizado con **costes fijos anuales de 50.000 €** (alquiler, amortización, seguros y el sueldo del encargado) produce **10.000 piezas** al año con un **coste variable unitario de 6 €**. El precio de mercado cae a **8 €**.

Rama «seguir produciendo»: $IT = 8 \times 10.000 = 80.000 \text{ €}$. $CV = 6 \times 10.000 = 60.000 \text{ €}$. $CT = 60.000 + 50.000 = 110.000 \text{ €}$. $\text{Resultado} = 80.000 - 110.000 = -30.000 \text{ €}$.

Rama «cerrar»: $IT = 0$. $CV = 0$. Los fijos se pagan igual. $\text{Resultado} = -50.000 \text{ €}$.

Concepto	Seguir con $P = 8 \text{ €}$	Cerrar
Ingreso total	80.000	0
Coste variable	60.000	0
Margen de contribución	20.000	0
Coste fijo	50.000	50.000
Resultado	-30.000	-50.000

Seguir abierto ahorra exactamente los **20.000 €** de margen de contribución (10.000 piezas $\times$ 2 € de margen). Como $P = 8 \text{ €} > \text{CVMe} = 6 \text{ €}$, estamos en el

tramo de «pérdidas que conviene soportar»: la decisión correcta es **producir**, y en paralelo intentar renegociar los fijos o mejorar el precio.

Segundo escenario. El precio se hunde hasta 5 €. Ahora $IT = 50.000$ €, $CV = 60.000$ €: el margen de contribución unitario es $5 - 6 = -1$ €, negativo. Resultado de seguir = $50.000 - 110.000 = -60.000$ €, frente a -50.000 € de cerrar. Cada pieza fabricada añade un euro de pérdida, así que ningún volumen positivo mejora el cierre. Con $P = 5$ € < $CVMe = 6$ €, se ha cruzado el **punto de cierre** y la producción óptima es **cero**.

Que la producción óptima sea cero no significa que la empresa deba desaparecer. **Cerrar** (dejar de producir manteniendo la estructura, a la espera de que el precio recupere) y **liquidar** (extinguir la empresa) son decisiones distintas: la primera es de corto plazo y reversible, la segunda es de largo plazo e implica desprenderse también de los factores fijos. La contabilidad recoge esa distinción con un principio expreso.

Principio de empresa en funcionamiento · Marco Conceptual del Plan General de Contabilidad

1. Empresa en funcionamiento. Se considerará, salvo prueba en contrario, que la gestión de la empresa continuará en un futuro previsible, por lo que la aplicación de los principios y criterios contables no tiene el propósito de determinar el valor del patrimonio neto a efectos de su transmisión global o parcial, ni el importe resultante en caso de liquidación.

Y el ordenamiento societario pone un límite jurídico a la duración de esas «pérdidas que conviene soportar»: por muy racional que sea económicamente aguantar, si las pérdidas erosionan el patrimonio neto por debajo de cierto umbral se activa una causa de disolución.

Artículo 363.1 de la Ley de Sociedades de Capital · causas de disolución

1. La sociedad de capital deberá disolverse:

[...] e) Por pérdidas que dejen reducido el patrimonio neto a una cantidad inferior a la mitad del capital social, a no ser que éste se aumente o se reduzca en la medida suficiente, y siempre que no sea procedente solicitar la declaración de concurso.

RECUERDA

A corto plazo la decisión se toma con el **coste variable medio** y las **pérdidas pueden ser óptimas**. A largo plazo no hay costes irreversibles: todos los factores son variables y la empresa solo permanece si cubre la totalidad de sus costes, incluido el de oportunidad del capital.

9. El equilibrio a largo plazo en competencia perfecta

A **largo plazo** desaparecen dos rigideces. Primera: la empresa puede cambiar su tamaño, de modo que la curva relevante es el **coste medio a largo plazo (CMeLP)**, envolvente de las curvas de corto plazo asociadas a cada escala. Segunda, y decisiva: pueden **entrar y salir empresas** del sector, porque no hay barreras.

La combinación de ambas cosas hace que los beneficios extraordinarios sean transitorios. Si en un sector competitivo las empresas ganan más que el coste de oportunidad de sus recursos, otras empresas entran; la oferta de mercado se desplaza a la derecha y el precio baja. Si hay pérdidas persistentes, las empresas salen; la oferta se retrae y el precio sube. El proceso solo se detiene cuando nadie tiene incentivo a entrar ni a salir, es decir, cuando el **beneficio económico es nulo**.

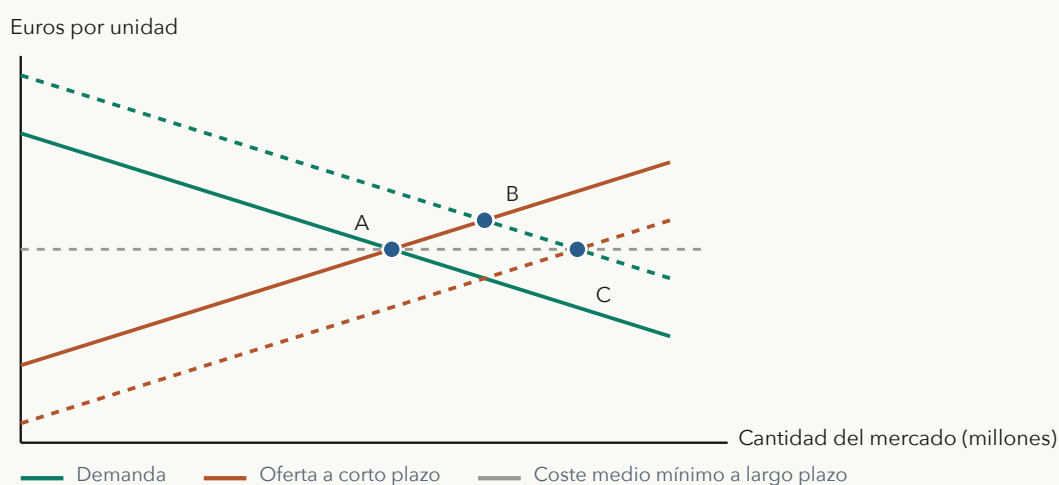
Equilibrio a largo plazo · $P = CMg = \text{mínimo del coste medio a largo plazo}$

En el equilibrio a largo plazo de un mercado de competencia perfecta se cumple **$P = CMg = CMeLP \text{ mínimo}$** . Cada empresa produce en la **escala óptima** (la de coste medio a largo plazo mínimo), el beneficio económico es

cero y el número de empresas del sector queda determinado por el tamaño de la demanda a ese precio.

Las tres igualdades encierran tres propiedades. $P = CMg$ es **eficiencia asignativa**: el valor que los consumidores dan a la última unidad coincide con lo que cuesta producirla. Producir en el mínimo del coste medio es **eficiencia productiva**: no se desperdician recursos. Y el beneficio nulo significa que el excedente va al consumidor, no al productor.

EL AJUSTE A LARGO PLAZO TRAS UN AUMENTO DE LA DEMANDA



La demanda inicial $P = 80 - 5Q$ y la oferta a corto plazo $P = 20 + 5Q$ se cortan en A ($Q = 6, P = 50$), justo en el mínimo del coste medio a largo plazo. Si la demanda se desplaza a $P = 95 - 5Q$, el precio sube a B ($Q = 7,5, P = 57,5$) y aparecen beneficios; la entrada de empresas lleva la oferta a $P = 5 + 5Q$ y el precio vuelve a 50 en C ($Q = 9$). Cantidades en millones de unidades.

EJEMPLO

⑨ **Ajuste a largo plazo por entrada de empresas.** Un sector competitivo español —pongamos la fabricación de un envase estandarizado— está en equilibrio a largo plazo con **100 empresas** idénticas. Cada una produce en su escala óptima **60.000 unidades** al año, con un **coste medio mínimo a largo plazo de 50 €**. La demanda del mercado es $P = 80 - 5Q$ y la oferta a corto plazo $P = 20 + 5Q$, con Q en millones de unidades.

Punto A. Situación inicial. $80 - 5Q = 20 + 5Q \rightarrow 10Q = 60 \rightarrow Q = 6$ millones, $P = 50$ €. Comprobación de la agregación: $100 \text{ empresas} \times 60.000 = 6.000.000$ ✓. Como $P = 50 = \text{CMeLP mínimo}$, el **beneficio económico es nulo**: nadie entra ni sale.

Punto B. Aumento de la demanda a corto plazo. Una directiva europea de envases eleva la demanda hasta $P = 95 - 5Q$. Con la oferta de corto plazo inalterada (las 100 empresas tienen su capacidad dada): $95 - 5Q = 20 + 5Q \rightarrow 10Q = 75 \rightarrow Q = 7,5$ millones, $P = 57,5$ €. Cada empresa sube por su curva de coste marginal hasta que $\text{CMg} = 57,5$, lo que la lleva a **75.000 unidades** ($7.500.000 / 100$). Al forzar la capacidad instalada, su coste total medio sube del mínimo de 50 € a **52 €**.

Beneficio unitario = $57,5 - 52 = 5,5$ €. Beneficio por empresa = $5,5 \times 75.000 = 412.500$ €. Beneficio del sector = $412.500 \times 100 = 41,25$ millones de euros.

Punto C. Ajuste a largo plazo. Esos beneficios extraordinarios atraen entrantes. Cada empresa nueva añade su oferta a la del mercado y la curva agregada se desplaza a la derecha hasta $P = 5 + 5Q$. Nuevo equilibrio: $95 - 5Q = 5 + 5Q \rightarrow 10Q = 90 \rightarrow Q = 9$ millones, $P = 50$ €. El precio ha vuelto al mínimo del coste medio a largo plazo, así que el beneficio vuelve a ser cero y la entrada se detiene.

Cada empresa produce otra vez su escala óptima de **60.000 unidades**, de modo que el número de empresas es $9.000.000 / 60.000 = 150$. Han entrado **50 empresas nuevas**.

	A (inicial)	B (corto plazo)	C (largo plazo)
Precio	50 €	57,5 €	50 €
Cantidad del mercado	6 millones	7,5 millones	9 millones
Empresas	100	100	150
Producción por empresa	60.000	75.000	60.000

Coste total medio	50 €	52 €	50 €
Beneficio por empresa	0	412.500 €	0

Lectura: todo el aumento de la demanda acaba absorbido por más empresas, no por un precio más alto. El beneficio extraordinario cumple su función —es la señal que atrae recursos al sector— y se extingue al cumplirla.

El resultado del ejemplo permite formular la última pieza: la **curva de oferta a largo plazo** del sector. Si el sector es de costes constantes (los precios de los factores no varían al expandirse), esa curva es **horizontal** al nivel del coste medio mínimo, porque cualquier cantidad se produce a ese precio ajustando el número de empresas. Si al crecer el sector encarece los factores (**deseconomías externas**: mano de obra especializada escasa, suelo industrial), la oferta a largo plazo tiene pendiente positiva; si abarata (**economías externas**: proveedores próximos, redes logísticas), puede llegar a tener pendiente negativa.

MATIZ

«Beneficio nulo a largo plazo» no significa que el empresario no gane nada. El coste total incluye la **remuneración normal** del trabajo del titular y del capital aportado, es decir, su coste de oportunidad. Beneficio económico cero equivale a **beneficio contable positivo** exactamente igual a esa remuneración normal: la empresa gana lo mismo que ganaría en la mejor alternativa, ni más ni menos. Por eso a esta situación se la llama también **beneficio normal**.

RECUERDA

Cadena completa que debe poder recorrer de memoria: el objetivo es maximizar $B(Q) = IT(Q) - CT(Q) \rightarrow$ la condición es $IM = CMg$ con el marginal creciente $\rightarrow$ en competencia perfecta, $P = CMg \rightarrow$ esa regla, leída de precios a cantidades, **es** la curva de oferta, limitada al tramo del coste marginal por encima del mínimo del coste variable medio $\rightarrow$ el mínimo del coste variable medio es el **punto de cierre** y el del coste total medio, el **punto de nivelación** $\rightarrow$ la suma horizontal de las ofertas individuales da la **oferta del mercado**, que se desplaza cuando cambian los costes, la tecnología, el número de empresas o los tributos que gravan la producción $\rightarrow$ a corto plazo el equilibrio admite beneficios, beneficio normal o pérdidas soportables $\rightarrow$ a largo plazo la entrada y salida de empresas lleva el precio al **mínimo del coste medio a largo plazo** y el beneficio económico a cero.

TU OPOSICIÓN, EN UNA APP



El temario que tienes en las manos cobra vida en la app Persevera, con todo para estudiarlo:

tests · psicotécnicos · flashcards con repaso espaciado · supuestos
cursos · simulacros · mapas mentales · tutor IA · planificador

7 días de prueba · Suscripción sin permanencia: cancelas cuando quieras.



APP STORE

para iPhone y iPad



GOOGLE PLAY

para Android



EN LA WEB

app.perseveraoposiciones.com

DEL MISMO EQUIPO



Eroodite — Estudia cualquier cosa con IA

Persevera es para tu oposición. **Eroodite, para todo lo demás:** tu carrera universitaria, otras oposiciones o cualquier material que caiga en tus manos. Sube tus apuntes, PDFs, vídeos de YouTube o fotos y su inteligencia artificial te crea al momento exámenes, fichas de repaso, resúmenes y mapas mentales. Con un tutor con IA que resuelve dudas —hasta las que le haces una foto—, repaso espaciado y modo concentración.

Tus apuntes, listos para estudiar en segundos. Empieza gratis.



APP STORE

para iPhone y iPad



GOOGLE PLAY

para Android