

Persevera

AL ALCANCE DE QUIEN ESTUDIA

Tema 24

Teoría de la demanda

Cuerpo Técnico de Hacienda

INGRESO LIBRE · EDICIÓN 2026

perseveraoposiciones.com

AL ALCANCE DE QUIEN ESTUDIA

Cada año, mucha gente perfectamente capaz de aprobar una oposición no llega a intentarlo en serio. Y casi nunca es por falta de cabeza: es por la vida. El trabajo que te deja sin fuerzas justo cuando ibas a ponerte, las cargas familiares, no saber bien por dónde empezar o, simplemente, no poder dedicarle el día entero ni pagar una buena academia. Cosas que poco tienen que ver con lo que uno valdría sentado delante del examen.

Persevera nace de ahí: de la idea de que opositar debería depender de que estudies, y de nada más.

Prepararse bien no debería depender de cosas ajenas a tu esfuerzo. Hay muchísima gente que sacaría la plaza por su cuenta si tuviera las herramientas adecuadas a mano. El problema es que casi siempre se ven solo dos caminos: una academia, con sus horarios y su ritmo, o hacerlo del todo en solitario, sin nada ni nadie que te guíe. Persevera quiere ser un tercer camino: la libertad de ir por tu cuenta, pero con herramientas de verdad para hacerlo en serio.

Ese tercer camino empieza por lo esencial: el temario, completo y gratuito, sin registrarte. Descárgalo, guárdalo, imprímelo, compártelo con quien quieras: es tuyo, sin compromisos y para siempre.

Y las herramientas de verdad están en nuestra app. Porque, como quienes hemos pasado por ahí, sabemos que tener el temario es solo el principio: en la app el temario cobra vida, con tests para ponerte a prueba, fichas de repaso, esquemas y un seguimiento que te muestra por dónde vas y dónde flojeas. Todo pensado para exprimir cada hora de estudio. Y da lo mismo cómo te prepares: por tu cuenta o como refuerzo de una academia, aquí siempre tienes con qué practicar más.

Opositar es, sobre todo, perseverar: madrugones, días en que no entra nada, semanas en que dudas de si merece la pena. Y es en esa parte —la de aguantar— donde queremos estar a tu lado, dándote las herramientas que a nosotros nos habrían hecho el camino más fácil.

— *El equipo de Persevera*

ÍNDICE

Epígrafe 1 — La teoría de la demanda: utilidad, indiferencia y equilibrio del consumidor	5
1. La teoría de la demanda y el problema de elegir	5
2. El supuesto de racionalidad y los axiomas de las preferencias	6
3. La utilidad en el enfoque cardinal: utilidad total y utilidad marginal	8
4. Del enfoque cardinal al enfoque ordinal	10
5. Las curvas de indiferencia y el mapa de indiferencia	11
6. La relación marginal de sustitución	13
7. Preferencias particulares: sustitutivos perfectos, complementarios perfectos y males	14
8. La restricción presupuestaria: la recta de balance	15
9. El equilibrio del consumidor: la condición de tangencia	17
10. La condición en utilidades marginales ponderadas y las soluciones de esquina	19
11. Qué ocurre cuando cambia un precio: el nuevo óptimo	22
Epígrafe 2 — De la utilidad a la curva de demanda: efectos, elasticidades y excedente	26
1. De la variación del precio a la curva de demanda individual	26
2. La demanda de mercado: agregación horizontal	28
3. Determinantes de la demanda: movimiento a lo largo y desplazamiento de la curva	29
4. Efecto sustitución y efecto renta	31
5. Bienes normales, inferiores y de Giffen; sustitutivos y complementarios	34

6. Las elasticidades de la demanda	36
7. Elasticidad e ingreso total; quién soporta un impuesto indirecto	40
8. El excedente del consumidor	44

TEMA 24

Epígrafe 1 — La teoría de la demanda: utilidad, indiferencia y equilibrio del consumidor

1. La teoría de la demanda y el problema de elegir

La microeconomía no empieza por los mercados: empieza por los sujetos que en ellos deciden. La **teoría de la demanda** es la parte del análisis que explica **de dónde sale la cantidad que los compradores están dispuestos a adquirir de un bien**, y lo hace descendiendo hasta la decisión individual: qué compra una familia, en qué cantidades y por qué cambia su compra cuando cambia un precio o cuando cambia su renta. La curva de demanda del mercado es el resultado agregado de las decisiones de muchos hogares regidas por la misma lógica.

Esa lógica arranca de una constatación elemental: **los deseos son ilimitados y los medios no**. Un hogar español con una renta disponible mensual de 2.000 euros se enfrenta a un conjunto inmenso de cestas de bienes y servicios que podría comprar, y a la imposibilidad material de comprarlas todas. El problema del consumidor es, por tanto, un problema de **optimización con restricción**: obtener la mayor satisfacción posible con un presupuesto dado. Toda la construcción del epígrafe consiste en separar con nitidez las dos piezas de ese problema y unir las al final.

El problema del consumidor · máxima satisfacción con presupuesto dado

El consumidor **elige**, entre todas las cestas de bienes que **puede** comprar con su renta a los precios vigentes, aquella que **prefiere**. La primera restricción es **objetiva** (renta y precios), la segunda es **subjetiva** (sus gustos).

De esa separación viene el orden expositivo: primero los gustos —utilidad, curvas de indiferencia—, después las posibilidades —la recta de balance— y finalmente el punto donde ambos planos se encuentran, el **equilibrio del consumidor**. No deben mezclarse:

la curva de indiferencia no depende de los precios ni de la renta, y la recta de balance no depende de los gustos. Son dos informaciones independientes que solo se cruzan en el momento de la elección.

Queda además por fijar qué precio es el relevante. El consumidor no compara precios antes de impuestos: compara el **precio final que paga en caja**, con el **IVA incluido y repercutido**. Cuando un tipo de gravamen sube, lo que se mueve en el análisis que sigue no son los gustos, sino la **relación de precios** a la que el consumidor se enfrenta, con exactamente los mismos efectos que si hubiese subido el precio antes de impuestos. Esta es la razón por la que el modelo, aparentemente abstracto, sirve para razonar sobre política fiscal.

2. El supuesto de racionalidad y los axiomas de las preferencias

La teoría supone que el consumidor es **racional**. Es imprescindible entender qué significa exactamente ese adjetivo, porque en el lenguaje corriente arrastra connotaciones que aquí no tiene. Racionalidad **no** significa que el consumidor sea egoísta, ni que calcule con una hoja de cálculo, ni que acierte, ni que sus gustos sean encomiables. Significa únicamente **coherencia**: que el consumidor sea capaz de ordenar las alternativas y que esa ordenación no se contradiga.

El supuesto de racionalidad · ordenar sin contradecirse

Se dice que el consumidor es **racional** *cuando* es capaz de **comparar** cualesquiera dos cestas de bienes y su ordenación es **coherente**, de modo que elige siempre la cesta **más alta** de esa ordenación entre las que están a su alcance.

Esa coherencia se formaliza en un pequeño número de **axiomas sobre las preferencias**. Los tres primeros son los que el enunciado clásico exige retener.

Axioma	Enunciado	Lo que excluye
Compleitud (preferencias completas)	Dadas dos cestas A y B, el consumidor puede decir que prefiere A, que prefiere B o que le son indiferentes	La respuesta «no sé comparar»

Transitividad	Si prefiere A a B y B a C, entonces prefiere A a C	Los círculos de preferencia (A mejor que B, B mejor que C y C mejor que A)
Monotonía (no saciedad)	Entre dos cestas, prefiere la que contiene más cantidad de algún bien sin menos del otro: más es mejor	Que el consumidor rechace cantidad gratuita de un bien

A ellos se añade, por razones técnicas, el axioma de **continuidad** —pequeños cambios en las cantidades producen pequeños cambios en la valoración, sin saltos—, que es el que garantiza que las curvas de indiferencia puedan dibujarse como líneas sin interrupciones, y el de **convexidad** de las preferencias, que se estudia más abajo al hablar de la forma de esas curvas.

La **completitud** y la **transitividad** son, en rigor, las dos únicas condiciones que la palabra «racionalidad» exige. La **monotonía** es un supuesto adicional sobre la naturaleza de los bienes: dice que estamos hablando de **bienes** y no de **males**, y es la que permite afirmar que las curvas más alejadas del origen representan mayor satisfacción.

MATIZ

La transitividad se incumple con más facilidad de lo que parece, y su incumplimiento **destruye la teoría**. Si un consumidor prefiere A a B, B a C y C a A, no existe una cesta «mejor» del conjunto: siempre habrá otra que prefiera, y el modelo no puede predecir nada. El axioma no describe cómo somos: **define el terreno** en el que el análisis funciona.

RECUERDA

Racionalidad = **completas** + **transitivas**. Más es mejor = **monótonas**. Continuidad y convexidad son supuestos de **forma**, no de racionalidad.

3. La utilidad en el enfoque cardinal: utilidad total y utilidad marginal

Una vez ordenadas las preferencias, la primera escuela que abordó el problema —los marginalistas de la segunda mitad del siglo XIX: Gossen, Jevons, Menger y Walras— dio un paso más y supuso que la satisfacción se podía **medir**. Nació así el **enfoque cardinal de la utilidad**, que atribuye a cada cesta un número de unidades de satisfacción, los llamados **útiles**.

Utilidad total · satisfacción acumulada

La **utilidad total** (UT) es la **satisfacción global** que el consumidor obtiene del consumo de una determinada cantidad de un bien durante un periodo.

Utilidad marginal · lo que añade la última unidad

La **utilidad marginal** (UM) de un bien es el **incremento de utilidad total** que produce el consumo de **una unidad adicional** del bien, manteniendo constante el consumo de los demás: $UM = \Delta UT / \Delta Q$.

La utilidad marginal es la magnitud verdaderamente operativa, porque las decisiones económicas se toman siempre **en el margen**: nadie decide si consumir agua o no consumirla, sino si tomar **un vaso más**. Y en el margen rige una regularidad que el enfoque cardinal elevó a ley.

Ley de la utilidad marginal decreciente · primera ley de Gossen

A medida que **aumenta** la cantidad consumida de un bien, la **utilidad marginal** de cada unidad adicional **disminuye**, hasta poder llegar a hacerse **nula** —punto de saturación— e incluso **negativa**.

La ley tiene una consecuencia inmediata sobre la utilidad total: mientras la utilidad marginal es positiva, la utilidad total **crece**, pero crece **cada vez menos**. Cuando la utilidad

marginal llega a cero, la utilidad total alcanza su **máximo**. Y si la utilidad marginal se vuelve negativa —la séptima ración de cocido—, la utilidad total **desciende**.

Esta ley resuelve además la vieja **paradoja del valor** que había atormentado a los clásicos: el agua es incomparablemente más útil que un diamante y, sin embargo, vale mucho menos. La explicación marginalista es que el precio no refleja la **utilidad total** del bien, sino la **utilidad marginal** de la última unidad disponible. El agua es abundante y su utilidad marginal es ínfima; el diamante es escaso y la de la última piedra, enorme. La utilidad total del agua sigue siendo mayor: lo que ocurre es que no es la utilidad total la que determina el precio.

EJEMPLO

① **Utilidad marginal decreciente y demanda.** Un consumidor va a un bar y mide su satisfacción en útiles. Su utilidad total según el número de raciones consumidas es la que refleja la segunda columna. La **utilidad marginal** se obtiene como **diferencia** entre dos utilidades totales consecutivas.

Raciones	Utilidad total (UT)	Utilidad marginal (UM)	Cálculo
0	0	—	—
1	20	20	20 – 0
2	36	16	36 – 20
3	48	12	48 – 36
4	56	8	56 – 48
5	60	4	60 – 56
6	60	0	60 – 60
7	56	–4	56 – 60

Lectura del cuadro, paso a paso:

1. La utilidad marginal **decrece** en toda la tabla: 20, 16, 12, 8, 4, 0, –4. La ley se cumple desde la primera unidad.
2. La utilidad total **crece cada vez menos** mientras la marginal es positiva: los incrementos son exactamente los de la tercera columna.

3. El **punto de saturación** está en la **sexta ración**: allí $UM = 0$ y la utilidad total alcanza su máximo, 60 útiles. La sexta ración no aporta nada.
4. La **séptima** tiene utilidad marginal **negativa** (-4) y hace caer la utilidad total a 56. Consumirla empeora la situación del consumidor: por eso nadie la compraría ni siendo gratuita.
5. Cuantificación monetaria. Supongamos que este consumidor valora cada útil en **0,25 €** y que la ración cuesta **2,50 €**. Comprará mientras el valor de la utilidad marginal cubra el precio: $0,25 \cdot UM \geq 2,50$, es decir, mientras **$UM \geq 10$ útiles**. Con $UM_3 = 12 (\geq 10)$ compra la tercera; con $UM_4 = 8 (< 10)$ no compra la cuarta. **Demanda 3 raciones**.
6. Si el precio baja a **2,00 €**, la condición pasa a ser $UM \geq 8$, y entonces sí compra la cuarta ración: **demanda 4**. Ahí está, en germen, la **curva de demanda**: precio 2,50 € $\rightarrow$ 3 raciones; precio 2,00 € $\rightarrow$ 4 raciones. La demanda es decreciente porque la utilidad marginal lo es.

4. Del enfoque cardinal al enfoque ordinal

El enfoque cardinal es didácticamente insuperable, pero descansa en un supuesto insostenible: que la satisfacción se puede medir en unidades comparables, como la temperatura o el peso. Nadie ha visto un útil, ni existe instrumento que lo mida, ni tiene sentido afirmar que una cesta produce «el doble» de satisfacción que otra.

A comienzos del siglo XX, Pareto y después Hicks y Allen demostraron que ese supuesto es **innecesario**. Para explicar la conducta del consumidor no hace falta saber **cuánto** le gusta cada cesta: basta saber **cuál prefiere**. Basta, por tanto, con **ordenar**, no con medir.

Enfoque ordinal · ordenar basta, medir sobra

El **enfoque ordinal** prescinde de la medida de la utilidad y se limita a **ordenar** las cestas de bienes según las preferencias del consumidor. Solo interesa el **orden** —A se prefiere a B—, no la **distancia** entre ellas.

	Enfoque cardinal	Enfoque ordinal
Supuesto	La utilidad es medible en útiles	La utilidad solo es ordenable
Instrumento	Utilidad total y utilidad marginal	Curvas de indiferencia
Autores	Gossen, Jevons, Menger, Walras	Pareto, Edgeworth, Hicks y Allen
Condición de óptimo	$UM_x/P_x = UM_y/P_y$	$RMS = P_x/P_y$
Ventaja	Intuitivo, permite cálculo numérico	No exige medir lo inmensurable

Los dos enfoques **no compiten**: conducen a la misma condición de equilibrio expresada de dos maneras, como se comprueba en el apartado 10. Ambas formulaciones son correctas y equivalentes.

5. Las curvas de indiferencia y el mapa de indiferencia

El instrumento del enfoque ordinal es la **curva de indiferencia**, y para dibujarla se simplifica el problema a **dos bienes**, X e Y, representados en los ejes de un plano. Cada punto del plano es una **cesta**: tantas unidades de X y tantas de Y.

Curva de indiferencia · misma utilidad, distintas cestas

La **curva de indiferencia** es el **lugar geométrico** de todas las **combinaciones de dos bienes** que proporcionan al consumidor el **mismo nivel de satisfacción**, de modo que le resulta **indiferente** elegir entre cualquiera de ellas.

De los axiomas del apartado 2 se deducen —no se postulan— cuatro **propiedades**:

1. **Son decrecientes** (pendiente negativa). Se deduce de la **monotonía**. Si el consumidor renuncia a unidades de Y y quiere seguir igual de satisfecho, es forzoso compensarle con **más X**. Una curva de indiferencia creciente implicaría que más de los dos bienes deja igual al consumidor, lo que contradice que ambos sean bienes.
2. **Son convexas respecto al origen**. Se deduce del axioma de **convexidad** de las preferencias, que equivale a una relación marginal de sustitución decreciente (a la

que contribuye la utilidad marginal decreciente de cada bien): cuanto más X tiene el consumidor y menos Y le queda, más unidades de X exige para desprenderse de una unidad adicional de Y. La curva se va aplanando de izquierda a derecha.

3. **No se cortan.** Se deduce de la **transitividad**. Si dos curvas se cruzasen, el punto de cruce pertenecería a dos niveles de satisfacción distintos a la vez, lo que es contradictorio: por transitividad, todas las cestas de ambas curvas serían indiferentes entre sí, y las curvas serían la misma.
4. **Cuanto más alejadas del origen, mayor utilidad.** Se deduce otra vez de la **monotonía**: una curva situada arriba y a la derecha contiene cestas con más de al menos uno de los bienes.

Mapa de indiferencia · conjunto de todas las curvas del consumidor

El **mapa de indiferencia** es el **conjunto de todas** las curvas de indiferencia de un consumidor. Como por cada punto del plano pasa una y solo una curva, el mapa **agota** la información sobre sus preferencias y **ordena** por completo el conjunto de cestas posibles.

Por cada cesta imaginable pasa una curva —hay, por tanto, **infinitas** curvas de indiferencia—, y el mapa no tiene ningún «nivel máximo»: siempre hay una curva más alejada. Lo que impide alcanzarla no son los gustos, sino el presupuesto.

MATIZ

No deben confundirse dos planos: las curvas de indiferencia no dicen nada sobre lo que el consumidor puede comprar. Un mapa de indiferencia es idéntico para un consumidor con 500 euros y con 5.000 euros de renta, *siempre que* sus gustos sean los mismos. Los precios y la renta entran en el modelo **después**, con la recta de balance. Y a la inversa: cuando sube un precio, el mapa de indiferencia **no se mueve**.

6. La relación marginal de sustitución

La pendiente de la curva de indiferencia tiene nombre propio y es el concepto central del enfoque ordinal.

Relación marginal de sustitución · lo que se cede por una unidad más

La **relación marginal de sustitución** de X por Y (RMS) es la **cantidad del bien Y** a la que el consumidor está dispuesto a **renunciar** para obtener una **unidad adicional** del bien X **manteniendo constante su nivel de satisfacción**. Coincide, en valor absoluto, con la **pendiente de la curva de indiferencia**: $RMS = -\Delta Y / \Delta X$.

Y su equivalencia con el enfoque cardinal es exacta: a lo largo de una curva de indiferencia la utilidad no varía, de modo que lo que se pierde al renunciar a Y debe igualar a lo que se gana con X. Es decir, $UM_y \cdot \Delta Y + UM_x \cdot \Delta X = 0$, de donde:

$$RMS = -\Delta Y / \Delta X = UM_x / UM_y$$

La RMS es, por tanto, el **cociente de las utilidades marginales**. Y como es la pendiente de una curva convexa, la RMS es **decreciente**: se va reduciendo a medida que avanzamos hacia la derecha de la curva. La aritmética lo enseña mejor que cualquier explicación. Tomemos tres cestas de una misma curva de indiferencia con utilidad $U = X \cdot Y = 16$:

Tramo	Cesta inicial	Cesta final	Y cedido	X ganado	RMS media
Primero	(2, 8)	(4, 4)	4	2	2,0
Segundo	(4, 4)	(8, 2)	2	4	0,5

Las tres cestas son indiferentes —el producto $X \cdot Y$ vale 16 en todas—, pero el consumidor no está dispuesto a intercambiar siempre en la misma proporción. Cuando tiene mucho Y y poco X (cesta 2, 8) entrega **dos** unidades de Y por cada unidad de X. Cuando ya tiene mucho X y poco Y (cesta 4, 4 hacia 8, 2) solo entrega **media** unidad. Eso es la RMS decreciente, y eso es la convexidad.

RECUERDA

RMS = pendiente de la curva de indiferencia = UM_x/UM_y . Es una magnitud **subjetiva**: mide la valoración relativa del consumidor. Frente a ella, la pendiente de la recta de balance es **objetiva**: mide la valoración relativa del **mercado**. Todo el equilibrio consiste en igualar ambas.

7. Preferencias particulares: sustitutivos perfectos, complementarios perfectos y males

La curva convexa es el caso general, pero hay tres configuraciones singulares que rompen esa forma.

Caso	Forma de la curva	RMS	Ejemplo
Sustitutivos perfectos	Rectas de pendiente negativa	Constante	Dos marcas de azúcar blanquilla que el consumidor no distingue
Complementarios perfectos	Ángulos rectos (en L)	Cero en el tramo horizontal, infinita en el vertical	Zapato izquierdo y zapato derecho
Males	Pendiente positiva (creciente)	Negativa	Contaminación acústica frente a metros de vivienda

Los **sustitutivos perfectos** son bienes que el consumidor considera intercambiables en una proporción fija: si le da igual un paquete de una marca que de otra, siempre cederá uno por uno, y la RMS vale 1 en todos los puntos. La curva es una **recta**, no es estrictamente convexa, y esto tiene una consecuencia importante para el equilibrio: como la valoración relativa es siempre la misma, el consumidor gastará **toda su renta en el más barato** y nada en el otro. Es el origen típico de una **solución de esquina**.

Los **complementarios perfectos** solo sirven combinados en proporción rígida. Con tres zapatos izquierdos y dos derechos, el tercer izquierdo no aporta nada: la utilidad la fija el número de **pares**. Las curvas son ángulos rectos y el óptimo está siempre en el **vértice**, donde la proporción se respeta. No hay tangencia posible, porque en el vértice la curva no tiene pendiente definida.

Los **males** son objetos de los que el consumidor preferiría tener **menos**: ruido, tiempo de desplazamiento, riesgo. Aquí falla la monotonía y la curva pasa a ser **creciente**, porque para aceptar más mal hay que compensarle con más bien. Es exactamente el razonamiento que explica que un piso junto a las vías del tren se alquile más barato: el descuento es la compensación exigida por el mal.

8. La restricción presupuestaria: la recta de balance

Cerrado el plano subjetivo, entra el objetivo. El consumidor tiene una **renta** M y se enfrenta a unos **precios** P_x y P_y que él no decide: los toma del mercado. La combinación de ambos datos delimita lo que puede comprar.

Restricción presupuestaria · $P_x \cdot X + P_y \cdot Y = M$

La **restricción presupuestaria** exige que el gasto no supere la renta: $P_x \cdot X + P_y \cdot Y \leq M$. Su frontera, $P_x \cdot X + P_y \cdot Y = M$, es la **recta de balance** o **recta presupuestaria**, formada por las cestas que **agotan exactamente** la renta.

Despejando Y se obtiene la ecuación explícita de la recta:

$$Y = M/P_y - (P_x/P_y) \cdot X$$

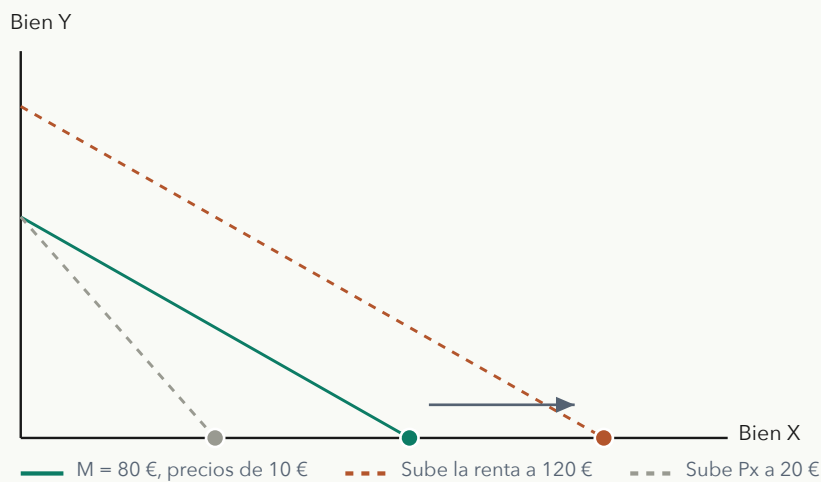
De ella se leen sus tres elementos característicos:

- La **ordenada en el origen**, M/P_y , es la cantidad máxima de Y que puede comprarse si se gasta toda la renta en Y .
- La **abscisa**, M/P_x , es la cantidad máxima de X .
- La **pendiente**, $-P_x/P_y$, es la **relación de precios** o **precio relativo** de X en términos de Y . Expresa el **coste de oportunidad de mercado**: cuántas unidades de Y hay que dejar de comprar para poder comprar una unidad más de X . Nótese que la pendiente depende de los precios **relativos**, no de los absolutos.

Los movimientos de la recta son de dos clases y no deben confundirse:

- Un cambio en la **renta**, con precios constantes, **desplaza la recta en paralelo**: la pendiente $-P_x/P_y$ no cambia, cambian los dos puntos de corte. Hacia afuera si la renta sube, hacia adentro si baja.
- Un cambio en **un precio**, con renta constante, **gira la recta** sobre el punto de corte del **otro** eje, que permanece fijo. Si sube P_x , la recta gira hacia adentro apoyándose en M/P_y , y se vuelve **más inclinada**.
- Un cambio **proporcional de los dos precios** equivale exactamente a un cambio de renta de signo contrario: duplicar P_x y P_y es idéntico a reducir la renta a la mitad. La recta se desplaza en paralelo.

LA RECTA DE BALANCE Y SUS MOVIMIENTOS



Con renta $M = 80$ € y precios $P_x = P_y = 10$ € la recta va de $(0, 8)$ a $(8, 0)$ y su pendiente es -1 . Si la renta sube a 120 € la recta se desplaza en paralelo hasta $(0, 12)$ – $(12, 0)$, con la misma pendiente -1 . Si en cambio sube P_x a 20 € la recta gira sobre el punto fijo $(0, 8)$ hasta cortar en $(4, 0)$, y la pendiente pasa a -2 .

MATIZ

La recta de balance no depende de los precios en euros, sino de su **cociente**. Con $P_x = P_y$ la pendiente es -1 aunque los bienes cuesten 10 € o 1.000 €. Por eso una inflación que eleve todos los precios en el mismo porcentaje **no gira** la recta: la desplaza hacia adentro, como una pérdida de renta real. Solo los cambios de **precios relativos** alteran la pendiente, y son ellos los que provocan sustitución entre bienes.

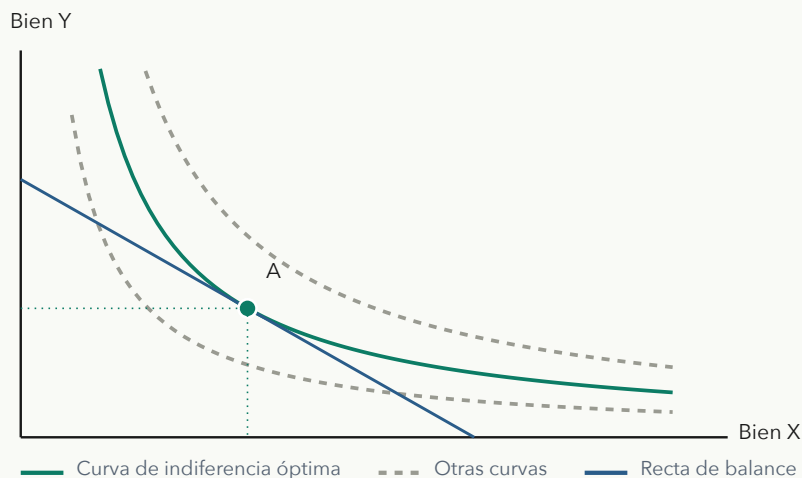
9. El equilibrio del consumidor: la condición de tangencia

Con el mapa de indiferencia y la recta de balance sobre el mismo plano el problema se resuelve casi visualmente. El consumidor querría situarse en la curva más alejada posible del origen, pero solo puede elegir puntos **sobre o por debajo** de la recta de balance. Y como las preferencias son monótonas, no dejará renta sin gastar: elegirá un punto **sobre** la recta.

Equilibrio del consumidor · tangencia entre indiferencia y balance

El consumidor alcanza su **equilibrio** en la cesta situada **sobre la recta de balance** que pertenece a la **curva de indiferencia más alta alcanzable**. En ese punto la curva de indiferencia es **tangente** a la recta de balance, de modo que sus pendientes coinciden: $RMS = P_x / P_y$.

EL EQUILIBRIO DEL CONSUMIDOR



Curvas de indiferencia $U = X \cdot Y$ con niveles 9, 16 y 25, y recta de balance $X + Y = 8$ (renta de 80 € y precios de 10 €). El óptimo es $A = (4, 4)$: la curva $U = 16$ es tangente a la recta, con $RMS = 1$ igual a la relación de precios. La curva $U = 25$ es inalcanzable con esa renta y la curva $U = 9$ se cruza con la recta en dos puntos, luego no es la más alta posible.

El razonamiento que descarta los demás puntos es puramente lógico y hay que saber reproducirlo:

- La curva $U = 25$ queda por encima de la recta: contiene cestas mejores, pero **inalcanzables**. Esas cestas quedan fuera del presupuesto.
- La curva $U = 9$ corta a la recta en **dos** puntos. Ambos son alcanzables y agotan la renta, pero en ellos la pendiente de la curva **no coincide** con la de la recta: hay una dirección de intercambio que mejora al consumidor sin salirse del presupuesto. Por eso ninguno es óptimo.
- La curva $U = 16$ toca la recta en un **único** punto, $A = (4, 4)$. No hay ninguna cesta alcanzable mejor, y no hay renta desperdiciada: 4 unidades de X y 4 de Y a 10 € cada una son exactamente los 80 € disponibles.

En A la RMS vale 1: el consumidor está dispuesto a cambiar una unidad de Y por una de X, y el mercado se lo permite justo en esa proporción, porque los precios son iguales. Ahí se agota la ganancia del intercambio. Si $RMS > P_x/P_y$, el consumidor valora X más de lo que el mercado le cobra por él, y le conviene comprar más X y menos Y. Si $RMS <$

P_x/P_y , le conviene lo contrario. Solo cuando ambas magnitudes se igualan desaparece el incentivo a recomponer la cesta: eso es el equilibrio.

10. La condición en utilidades marginales ponderadas y las soluciones de esquina

Sustituyendo en la condición de tangencia la igualdad $RMS = UM_x/UM_y$, se obtiene la formulación cardinal del mismo resultado, conocida como **segunda ley de Gossen** o **ley de las utilidades marginales ponderadas**.

Ley de la igualdad de las utilidades marginales ponderadas · segunda ley de Gossen

En el equilibrio, la **utilidad marginal por euro gastado** debe ser la misma en todos los bienes: $UM_x / P_x = UM_y / P_y$, y además debe agotarse la renta: $P_x \cdot X + P_y \cdot Y = M$.

La lectura económica es directa. El cociente UM/P es lo que rinde el **último euro** gastado en cada bien. Si el euro gastado en X rinde más que el gastado en Y, el consumidor está mal colocado: trasladando gasto de Y a X gana utilidad. Al hacerlo, la utilidad marginal de X **baja** —ley de la utilidad marginal decreciente— y la de Y **sube**, de modo que el propio traslado va cerrando la diferencia hasta igualar los dos cocientes. El valor común de esos cocientes se interpreta como la **utilidad marginal de la renta**: lo que aporta al consumidor el último euro de su presupuesto, gastado donde sea.

Ese razonamiento suministra un **algoritmo de resolución** utilísimo para los supuestos numéricos: ordenar todas las unidades disponibles por su **utilidad marginal por euro** y comprarlas de mayor a menor hasta agotar la renta.

EJEMPLO

② **Utilidades marginales ponderadas: cesta óptima.** Un consumidor dispone de 100 € y elige entre dos bienes: X, que cuesta 20 € la unidad, e Y, que cuesta 10 €. Sus utilidades marginales (en útiles) y su rendimiento por euro son:

Unidad	UMx	UMx / Px (÷ 20 €)	UMy	UMy / Py (÷ 10 €)
1. ^a	60	3,00	30	3,00
2. ^a	50	2,50	27	2,70
3. ^a	40	2,00	25	2,50
4. ^a	30	1,50	20	2,00
5. ^a	20	1,00	15	1,50
6. ^a	–	–	12	1,20

Paso 1. Comprar por orden de rendimiento por euro.

Compra	Unidad elegida	Rendimiento	Coste	Gasto acumulado
1. ^a	1. ^a de Y	3,00	10 €	10 €
2. ^a	1. ^a de X	3,00	20 €	30 €
3. ^a	2. ^a de Y	2,70	10 €	40 €
4. ^a	3. ^a de Y	2,50	10 €	50 €
5. ^a	2. ^a de X	2,50	20 €	70 €
6. ^a	4. ^a de Y	2,00	10 €	80 €
7. ^a	3. ^a de X	2,00	20 €	100 €

Paso 2. Cesta resultante: X = 3 unidades e Y = 4 unidades. Comprobación del presupuesto: $3 \cdot 20 + 4 \cdot 10 = 60 + 40 = 100 \text{ €}$. La renta se agota exactamente.

Paso 3. Comprobación de la condición de equilibrio. Con la tercera unidad de X y la cuarta de Y:

$UM_x / P_x = 40 / 20 = 2$ y $UM_y / P_y = 20 / 10 = 2$. Se cumple la igualdad.

Paso 4. Utilidad total obtenida: $(60 + 50 + 40) + (30 + 27 + 25 + 20) = 150 + 102 = 252$ útiles.

Paso 5. Verificación frente a las demás cestas que también cuestan 100 €:

Cesta	Gasto	Utilidad total	Resultado
X = 5, Y = 0	100 €	200	peor

$X = 4, Y = 2$	100 €	$180 + 57 = 237$	peor
$X = 3, Y = 4$	100 €	252	óptimo
$X = 2, Y = 6$	100 €	$110 + 129 = 239$	peor
$X = 1, Y = 8$	100 €	$60 + 147 = 207$	peor

Ninguna cesta alcanzable supera los 252 útiles: la igualdad de utilidades marginales ponderadas identifica el óptimo, no lo aproxima.

La condición de tangencia, sin embargo, **no siempre se cumple con igualdad**. Cuando el óptimo se sitúa en un extremo de la recta de balance —el consumidor compra un solo bien— hablamos de **solución de esquina**.

Solución de esquina · el óptimo en un extremo

Hay **solución de esquina** *cuando* el consumidor gasta **toda su renta en un solo bien**, porque la desigualdad entre la RMS y la relación de precios **no llega a invertirse** en ningún punto alcanzable. En ese caso el óptimo cumple $UM_x/P_x > UM_y/P_y$ —o al contrario— en todo el recorrido, y no hay tangencia.

Los casos típicos son tres: los **sustitutivos perfectos** con precios distintos, en los que el consumidor compra únicamente el barato; los **males**, que nunca se adquieren voluntariamente, y los bienes que el consumidor simplemente **no aprecia** lo suficiente al precio vigente. También los **complementarios perfectos** escapan a la tangencia, aunque por otro motivo: su óptimo está en el **vértice** del ángulo, donde la pendiente no está definida.

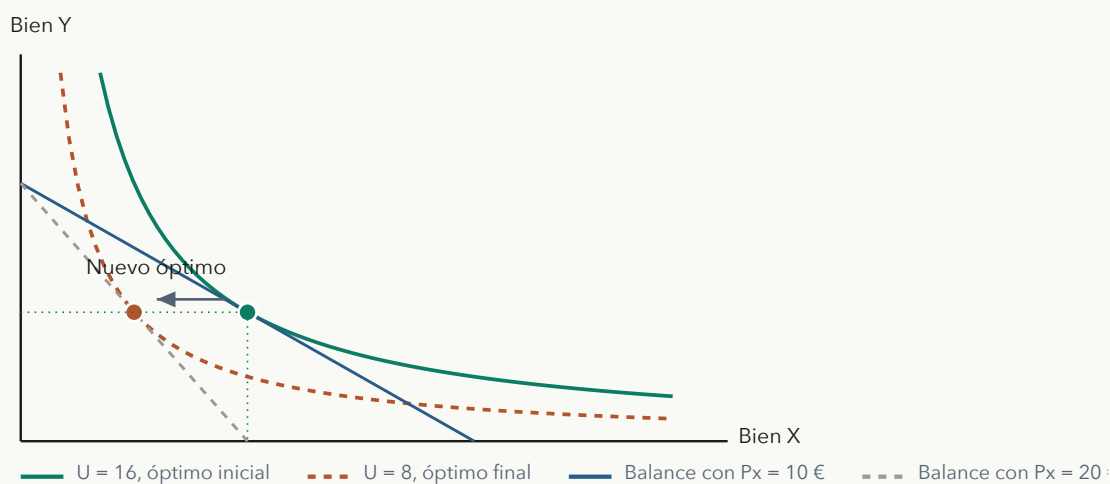
MATIZ

« $RMS = P_x/P_y$ » es la condición de un **óptimo interior**, y presupone **preferencias convexas** y curvas suaves. Un enunciado que afirme que el equilibrio del consumidor exige **siempre** la tangencia es incorrecto: con sustitutivos perfectos, con complementarios perfectos o con males el óptimo existe y **no** hay tangencia. Lo que sí se cumple siempre es que **se agota la renta** y que **no queda ninguna cesta alcanzable preferida**.

11. Qué ocurre cuando cambia un precio: el nuevo óptimo

El modelo sirve porque permite **predecir**. Si la recta de balance gira, el punto de tangencia se traslada, y el nuevo óptimo indica cuánto se compra a los nuevos precios. Ese ejercicio, repetido para todos los precios posibles, es literalmente la construcción de la **curva de demanda** del consumidor.

UN CAMBIO DE PRECIO Y EL NUEVO ÓPTIMO



Preferencias $U = X \cdot Y$. Con renta de 80 € y precios $P_x = P_y = 10 \text{ €}$ la recta va de (0, 8) a (8, 0) y el óptimo es (4, 4), sobre la curva $U = 16$ y con $RMS = 1$. Si P_x sube a 20 € la recta gira sobre (0, 8) hasta (4, 0), con pendiente -2 , y el nuevo óptimo es (2, 4), sobre la curva $U = 8$ y con $RMS = 2$. La demanda de X cae de 4 a 2 unidades.

Dos lecturas del gráfico merecen retenerse. La primera: la subida de P_x reduce la cantidad demandada de X de 4 a 2 unidades, lo que confirma el **carácter decreciente** de la

demanda sin necesidad de suponer nada más. La segunda: el consumidor termina en una curva de indiferencia **más baja** ($U = 8$ frente a $U = 16$), es decir, **empeora**. Una subida de precios con renta nominal constante reduce la satisfacción alcanzable, y ese empeoramiento es el fundamento analítico de conceptos como el exceso de gravamen de un impuesto.

EJEMPLO

③ **Subida de precio y efecto sustitución.** Volvamos al consumidor del ejemplo anterior, con la misma renta de 100 € y las mismas utilidades marginales. Ahora el precio de Y sube de 10 a 20 € —imaginemos una subida del tipo de IVA repercutido, o del precio antes de impuestos: para el consumidor es lo mismo—. El precio de X sigue en 20 €.

Paso 1. Recalcular el rendimiento por euro. Todas las unidades cuestan ahora 20 €, de modo que los cocientes de Y se dividen por 20 en lugar de por 10:

Unidad	UM _x / 20 €	UM _y / 20 €
1. ^a	3,00	1,50
2. ^a	2,50	1,35
3. ^a	2,00	1,25
4. ^a	1,50	1,00
5. ^a	1,00	0,75

Paso 2. Comprar por orden de rendimiento hasta agotar los 100 €, que ahora dan para **cinco** unidades de 20 € cada una: 1.^a de X (3,00), 2.^a de X (2,50), 3.^a de X (2,00), y a continuación empatan la 4.^a de X (1,50) y la 1.^a de Y (1,50). Ambas caben en el presupuesto.

Paso 3. Nueva cesta óptima: X = 4 unidades e Y = 1 unidad. Comprobación: $4 \cdot 20 + 1 \cdot 20 = 100$ €.

Paso 4. Comprobación de la condición: $UM_x / P_x = 30 / 20 = 1,5$ y $UM_y / P_y = 30 / 20 = 1,5$. Igualdad verificada.

Paso 5. Utilidad total: $(60 + 50 + 40 + 30) + 30 = 180 + 30 = 210$ útiles, frente a los 252 de antes. Verificación con la cesta alternativa $X = 3, Y = 2$, que también cuesta 100 €: $150 + 57 = 207 < 210$.

Paso 6. Interpretación. Al duplicarse el precio de Y, su demanda cae de 4 a 1 unidad, y el consumo de X **sube** de 3 a 4 unidades porque X se ha vuelto relativamente más barato: es el **efecto sustitución**. La utilidad total desciende de 252 a 210 útiles: el consumidor es más pobre en términos reales aunque su renta nominal siga siendo de 100 €. Y con dos observaciones ya tenemos dos puntos de la **curva de demanda de Y**: a 10 € demanda 4 unidades, a 20 € demanda 1.

MATIZ

El sentido en que se mueve el consumo del bien **cuyo precio no ha cambiado** es **ambiguo**, y depende de las preferencias. En el ejemplo numérico el consumo de X **sube** al encarecerse Y (bienes sustitutivos). En el gráfico anterior, con preferencias $U = X \cdot Y$, la cantidad de Y **no varía** al encarecerse X: se mantiene en 4 unidades, porque esas preferencias llevan a gastar la mitad de la renta en cada bien, y la mitad de 80 € sigue comprando 4 unidades a 10 €. Y en el caso de bienes complementarios, el consumo del otro bien **caería**. La teoría no predice un signo universal para el efecto cruzado: lo que predice con firmeza es que la cantidad demandada del bien **encarecido** disminuye.

RECUERDA

El esquema completo del epígrafe, en cinco eslabones: **preferencias** completas, transitivas y monótonas → **utilidad** total y marginal, con la marginal **decreciente** → **curvas de indiferencia** decrecientes, convexas, que no se cortan y crecen alejándose del origen, con pendiente igual a la **RMS** = UM_x/UM_y → **recta de balance** $P_x \cdot X + P_y \cdot Y = M$, con pendiente $-P_x/P_y$, que se **desplaza** con la renta y **gira** con los precios → **equilibrio** donde **RMS** = P_x/P_y , o lo que es igual, $UM_x/P_x = UM_y/P_y$, agotando la renta y salvo solución de esquina. Repitiendo la última operación para cada precio se obtiene la **curva de demanda**.

TEMA 24

Epígrafe 2 — De la utilidad a la curva de demanda: efectos, elasticidades y excedente

1. De la variación del precio a la curva de demanda individual

El equilibrio del consumidor descrito en el epígrafe anterior es una **fotografía**: dados una renta, unos precios y un mapa de curvas de indiferencia, hay una cesta y solo una que maximiza la utilidad. La teoría de la demanda no se detiene en un equilibrio dado: estudia cómo cambia la cesta óptima al variar el precio. Y la película se obtiene haciendo variar un solo dato —el precio del bien que estudiamos— y anotando, en cada caso, la nueva cesta óptima.

El procedimiento es mecánico. Si baja el precio del bien X mientras la renta y el precio de Y siguen intactos, la recta de balance **gira** sobre su punto de corte con el eje de Y (ese punto no se mueve, porque con toda la renta gastada en Y se compra lo mismo que antes) y se vuelve *más tendida*: el consumidor puede comprar más X. Ese giro lleva la restricción a tocar una curva de indiferencia más alta, y en ese nuevo punto de tangencia está el nuevo óptimo. Repetido para todos los precios imaginables, el conjunto de puntos óptimos dibuja una línea en el plano de las cantidades.

Senda precio-consumo · óptimos al variar un precio

La **senda precio-consumo** (o curva precio-consumo) es el lugar geométrico de las **cestas óptimas** que elige el consumidor cuando varía el precio de uno de los bienes, permaneciendo *constantemente* la renta, los demás precios y las preferencias.

La senda precio-consumo vive en el plano de las cantidades (X en abscisas, Y en ordenadas). La curva de demanda vive en otro plano: cantidad de X frente a **precio** de X. El paso

de una a otra es una traducción punto por punto: de cada óptimo de la senda me quedo con la cantidad de X y la emparejo con el precio que la provocó.

Curva de demanda individual · cantidad óptima para cada precio

La **curva de demanda individual** de un bien recoge, para cada precio, la **cantidad que el consumidor decide comprar** cuando maximiza su utilidad con una renta dada y unos precios de los demás bienes dados.

Esta definición encierra dos avisos. El primero es que **toda curva de demanda es una curva de óptimos**: cada punto es una decisión racional completa, no una intención vaga. El segundo es que la curva se traza *ceteris paribus*: todo lo que no es el precio del propio bien se ha inmovilizado por decreto metodológico. Si algo de eso se mueve, la curva entera cambia de sitio, y de ello se ocupa el apartado 3.

EJEMPLO

④ **Construcción de la curva de demanda.** Un opositor dispone de **60 € al mes** para dos usos: tests de pago (bien X) y cafés (bien Y, a 1 € cada uno). Sus preferencias son del tipo $utilidad = X \cdot Y$, cuyo óptimo, como se vio, reparte la renta a medias entre los dos bienes: gasta 30 € en X y 30 € en Y. De ahí sale su demanda de tests, $X = 30 / P_x$. Vamos punto por punto:

Precio de X (€)	Gasto en X (€)	Cantidad X	Cantidad Y	Utilidad X·Y
6	30	5,0	30	150
5	30	6,0	30	180
4	30	7,5	30	225
3	30	10,0	30	300
2	30	15,0	30	450

La **senda precio-consumo** es aquí una recta horizontal a la altura $Y = 30$: sea cual sea el precio de X, el consumo de cafés no se mueve. Y la **curva de demanda** de X es la hipérbola $X = 30 / P_x$, decreciente, que al pasar el precio de

6 a 2 € multiplica por tres la cantidad. En la segunda columna, el gasto en X es **siempre 30 €**. Esa constancia del gasto tiene un nombre técnico que veremos en el apartado 6 (elasticidad unitaria) y una consecuencia inmediata para quien vende: bajar el precio no le cambia el ingreso.

2. La demanda de mercado: agregación horizontal

Al Estado, a la empresa y al analista fiscal no les interesa el opositor del ejemplo, sino el mercado. La demanda de mercado se obtiene sumando las demandas individuales, y la suma se hace de una forma muy concreta.

Demanda de mercado · suma horizontal de cantidades

La **demanda de mercado** de un bien es la suma, **para cada precio**, de las cantidades demandadas por todos los consumidores del mercado. Gráficamente se obtiene por **agregación horizontal** de las curvas individuales: se fija un precio y se suman las abscisas, no las ordenadas.

La instrucción «se suman cantidades, no precios» parece trivial y es la fuente de la mitad de los errores en este punto del programa. Sumar precios no significa nada: un mismo bien tiene un precio único en el mercado, y lo que se acumula es el número de unidades que la gente está dispuesta a llevarse a ese precio.

De la agregación horizontal se siguen tres propiedades útiles:

Propiedad	Contenido
Es más tendida que las individuales	A cada bajada de precio responden todos los compradores a la vez, de modo que la cantidad agregada reacciona más en términos absolutos
Puede tener queiebros	Cada vez que un precio deja fuera del mercado a un grupo de consumidores, la pendiente cambia bruscamente
Depende del número de compradores	Más consumidores en el mercado desplazan la demanda agregada a la derecha aunque ninguno cambie sus gustos

EJEMPLO

⑤ **Agregación horizontal de la demanda.** Dos tipos de compradores de un mismo servicio. El tipo A demanda $q_A = 30 - 2P$ y el tipo B demanda $q_B = 20 - P$ (P en euros, cantidades en miles de unidades). El tipo A abandona el mercado cuando $P = 15$; el tipo B, cuando $P = 20$. Por tanto:

Tramo de precio	Quién compra	Demanda de mercado
$15 < P \leq 20$	Solo el tipo B	$Q = 20 - P$
$0 \leq P \leq 15$	Los dos tipos	$Q = (30 - 2P) + (20 - P) = 50 - 3P$

Comprobación en $P = 10$: $q_A = 10$, $q_B = 10$, $Q = 20$, que es exactamente $50 - 3 \cdot 10 = 20$. Y el **quiebro** está en $P = 15$, donde $Q = 20 - 15 = 5$ por el tramo alto y $Q = 50 - 45 = 5$ por el tramo bajo: la curva es continua, pero cambia de pendiente. Por debajo de 15 el mercado reacciona a las bajadas de precio con 3 unidades por euro; por encima, solo con 1.

MATIZ

La demanda de mercado se obtiene sumando **horizontalmente**, la disposición a pagar por un bien público, en cambio, se suma **verticalmente**, porque todos consumen la misma cantidad y lo que se acumula es lo que cada uno valora esa cantidad. Confundir las dos agregaciones lleva a conclusiones erróneas en materia de provisión pública.

3. Determinantes de la demanda: movimiento a lo largo y desplazamiento de la curva

La cantidad demandada de un bien no depende solo de su precio. Depende también de la **renta** del consumidor, de los **precios de los demás bienes**, de las **preferencias**, de las **expectativas** sobre precios y rentas futuras y —en la demanda de mercado— del **número**

de compradores. La curva de demanda no niega esos factores: los mantiene constantes para aislar el efecto del precio.

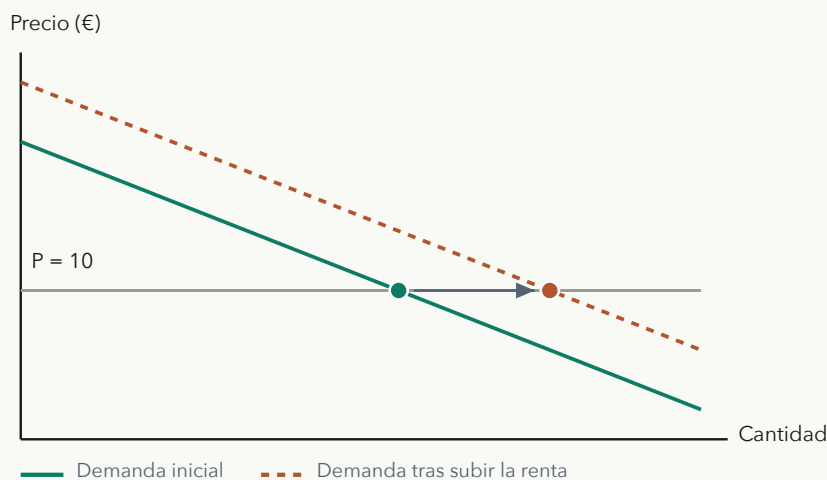
Función de demanda · el precio dentro, lo demás fuera

La **función de demanda** completa es $Q^d = f(P, M, P_z, \text{gustos, expectativas, } N)$, donde M es la renta, P_z los precios de los demás bienes y N el número de compradores. La **curva** de demanda representa solo la relación entre Q^d y P , manteniendo *constantes* los demás argumentos.

De aquí sale la distinción más rentable de todo el epígrafe:

	Qué cambia	Qué ocurre en el gráfico	Nombre
Movimiento a lo largo de la curva	Solo el precio del propio bien	Nos desplazamos de un punto a otro de la misma curva	Cambio en la <i>cantidad demandada</i>
Desplazamiento de la curva	Renta, precios de otros bienes, preferencias, expectativas, número de compradores	La curva entera se trasladada a la derecha (aumento) o a la izquierda (disminución)	Cambio en la <i>demandada</i>

La terminología no es un capricho de escuela. Cuando un titular dice «ha bajado la demanda de vivienda porque han subido los precios», está mezclando las dos cosas: si suben los precios, lo que baja es la **cantidad demandada**, y la demanda —la curva— sigue donde estaba. Solo si baja la renta disponible, si se encarece la financiación o si cambian las expectativas puede decirse con propiedad que «ha bajado la demanda».

DESPLAZAMIENTO DE LA CURVA DE DEMANDA

Con la demanda inicial $P = 20 - 0,2Q$, al precio de 10 € se compran 50 unidades. Si sube la renta y la demanda pasa a $P = 24 - 0,2Q$, al mismo precio de 10 € se compran 70: la flecha mide el desplazamiento a precio constante.

RECUERDA

Solo el **precio del propio bien** mueve al consumidor *a lo largo* de la curva. Cualquier otra novedad mueve *la curva*. Ante cualquier enunciado, la primera pregunta debe ser siempre: ¿lo que ha cambiado es el precio de este bien, o algo distinto?

4. Efecto sustitución y efecto renta

Cuando baja el precio de un bien ocurren dos cosas a la vez, y la teoría de la demanda se toma la molestia de separarlas porque de esa separación depende que la curva sea decreciente o no.

La primera es que el bien se ha vuelto **relativamente más barato** que los demás: aunque el consumidor no fuera ni un céntimo más rico, le convendría reorganizar su cesta a favor del bien abaratado. La segunda es que, comprando lo mismo que antes, le **sobra dinero**: su renta real ha crecido, y con más renta real comprará más o menos del bien según qué clase de bien sea.

Efecto sustitución · cambia el precio relativo

El **efecto sustitución** es la variación de la cantidad demandada atribuible al cambio en el **precio relativo** del bien, manteniendo *constante* el poder adquisitivo del consumidor. Es siempre de **signo contrario** al cambio del precio: si el precio baja, el efecto sustitución aumenta la cantidad.

Efecto renta · cambia el poder adquisitivo

El **efecto renta** es la variación de la cantidad demandada atribuible al cambio en la **renta real** que provoca la variación del precio, manteniendo *constantes* los precios relativos. Su signo **depende del tipo de bien**: positivo en los bienes normales, negativo en los inferiores.

El efecto total es la suma de los dos. Separarlos exige responder a una pregunta previa: ¿qué significa exactamente «mantener constante el poder adquisitivo»? Hay dos respuestas clásicas y ambas se piden en el temario.

Planteamiento	Cómo compensa la renta	Referencia de la compensación
Hicks	La renta se ajusta lo justo para que el consumidor vuelva a la misma curva de indiferencia de partida	La <i>utilidad</i> inicial
Slutsky	La renta se ajusta lo justo para que el consumidor pueda comprar exactamente la cesta inicial a los nuevos precios	La cesta inicial

En Hicks el consumidor se desliza **sobre su curva de indiferencia** original hasta el punto donde ésta es tangente a una recta con la nueva pendiente de precios: ese deslizamiento es el efecto sustitución, y lo que queda hasta el óptimo verdadero es el efecto renta. En Slutsky se dibuja una recta con la nueva pendiente que **pase por la cesta antigua**: el óptimo sobre esa recta define el efecto sustitución.

La ventaja de Hicks es teórica: mide el efecto sustitución a utilidad constante, que es el concepto que interesa en bienestar. La ventaja de Slutsky es práctica y no es pequeña:

la cesta inicial y los precios son **observables**, mientras que la curva de indiferencia no lo es, de modo que la compensación de Slutsky se puede calcular con datos reales. Por eso la variante de Slutsky es la que se usa cuando se quiere evaluar si una compensación monetaria —una subida de pensiones, una deflactación de la tarifa del IRPF— deja al ciudadano en la misma situación de partida.

La descomposición da lugar a dos curvas de demanda que no deben confundirse. La que se ha venido dibujando —la que empareja cada precio con la cantidad que el consumidor efectivamente compra— recoge **los dos efectos** a la vez y se llama **demandas ordinaria** o **marshalliana**. Si se aísla el efecto sustitución, ajustando la renta en cada precio para mantener al consumidor sobre su curva de indiferencia de partida, se obtiene la **demandas compensada** o **hicksiana**. Ambas nacen del mismo punto y se separan tanto más cuanto mayor sea el efecto renta; coinciden exactamente cuando ese efecto es **nulo**. La compensada, por medir la respuesta a utilidad constante, es la curva correcta para cuantificar el **exceso de gravamen** de un impuesto, es decir, la pérdida de bienestar que la subida de precio provoca y que no se convierte en recaudación.

EJEMPLO

⑥ **Efecto sustitución y renta según Slutsky.** El mismo opositor de antes: renta $M = 60$ €, cafés a $P_y = 1$ €, tests a $P_x = 3$ €, preferencias $utilidad = X \cdot Y$. Su óptimo inicial es $X = 60/(2 \cdot 3) = 10$ tests y $Y = 30$ cafés.

El precio de los tests baja a 2 €. El nuevo óptimo es $X = 60/(2 \cdot 2) = 15$ tests. El **efecto total** es, por tanto, $+5$ tests. Descompongámoslo a la manera de Slutsky:

Paso 1 — renta compensada. ¿Cuánto dinero necesita para comprar la cesta antigua (10 tests, 30 cafés) a los precios nuevos? $M' = 2 \cdot 10 + 1 \cdot 30 = 50$ €.

Paso 2 — efecto sustitución. Con 50 € y el test a 2 €, su óptimo sería $X = 50/(2 \cdot 2) = 12,5$ tests. Como partía de 10 , el efecto sustitución es $+2,5$ tests: es lo que compra de más *solo* porque el test se ha abaratado en relación con el café, sin ganar poder adquisitivo.

Paso 3 — efecto renta. Le devolvemos los 10 € que le habíamos quitado (de 50 a 60 €). Con 60 € pasa de 12,5 a 15 tests: el efecto renta es **+2,5 tests**.

Comprobación: $+2,5 + 2,5 = +5$ tests, que es el efecto total. Los dos efectos van en la misma dirección porque el test es para él un **bien normal**.

MATIZ

El efecto renta no aparece porque el consumidor haya cobrado más: su nómina no se ha movido. Aparece porque, al abaratarse un bien que compraba, **la misma nómina compra más cosas**. Es un aumento de renta *real*, no *nominal*. Quien no interioriza esto no entiende por qué una bajada del IVA de un producto que consume habitualmente le hace, en sentido estricto, más rico.

5. Bienes normales, inferiores y de Giffen; sustitutivos y complementarios

La descomposición anterior permite clasificar los bienes con precisión y, sobre todo, permite ver por qué la curva de demanda es casi siempre decreciente y en qué caso extremo podría no serlo.

Bien normal y bien inferior · el signo del efecto renta

Un bien es **normal** cuando su consumo **aumenta** al aumentar la renta (efecto renta positivo) e **inferior** cuando su consumo **disminuye** al aumentar la renta (efecto renta negativo).

En un bien normal los dos efectos empujan en el mismo sentido y la demanda es inequívocamente decreciente. En un bien inferior tiran en sentidos opuestos: el efecto sustitución dice «compra más porque está más barato» y el efecto renta dice «compra menos porque ahora eres más rico y puedes permitirme algo mejor». Normalmente vence el efecto sustitución y la demanda sigue siendo decreciente. Solo si el efecto renta fuera **mayor** que el efecto sustitución se produciría la paradoja.

Curva renta-consumo y curva de Engel · la demanda frente a la renta

La **curva renta-consumo** es el lugar geométrico de las cestas óptimas que elige el consumidor cuando varía **solo su renta**, permaneciendo constantes los precios y las preferencias. Emparejando, para cada uno de esos óptimos, la cantidad de un bien con el nivel de renta que la provocó se obtiene la **curva de demanda-renta** o **curva de Engel** de ese bien.

La curva de Engel es **creciente** en un bien **normal** —a más renta, más consumo— y **decreciente** en un bien **inferior**, cuyo consumo cae cuando la renta sube. Su pendiente no es más que la traducción gráfica del signo del efecto renta que separa ambos tipos de bien, y su inclinación se resume en un único número, la **elasticidad-renta** del apartado 6: mayor que uno en los bienes de lujo, entre cero y uno en los de primera necesidad y negativa en los inferiores.

Bien de Giffen · efecto renta que vence al sustitución

Un **bien de Giffen** es un bien **inferior** cuyo **efecto renta negativo supera en magnitud al efecto sustitución**, de modo que una bajada de su precio *reduce* la cantidad demandada y su curva de demanda tiene **pendiente positiva**.

Para que esto ocurra hacen falta condiciones muy exigentes: que el bien sea inferior, que absorba una **parte muy grande** del presupuesto del consumidor y que existan pocos sustitutos. Es un caso de laboratorio y de subsistencia —el pan negro del ejemplo histórico— más que un fenómeno de mercado corriente. Su valor en el temario es conceptual: demuestra que la **ley de la demanda** no es un teorema deducible de la racionalidad, sino una regularidad empírica robustísima con una excepción teórica identificada.

Tipo de bien	Efecto sustitución	Efecto renta	Efecto total de una bajada de precio	Pendiente de la demanda
Normal	Aumenta Q	Aumenta Q	Aumenta Q, claramente	Negativa

Inferior no Giffen	Aumenta Q	Reduce Q (menos)	Aumenta Q	Negativa
Inferior de Giffen	Aumenta Q	Reduce Q (más)	Reduce Q	Positiva

La segunda clasificación mira al **precio de los otros bienes** y no a la renta:

Sustitutivos y complementarios · la relación entre bienes

Dos bienes son **sustitutivos** cuando la subida del precio de uno **aumenta** la demanda del otro (satisfacen una necesidad parecida) y **complementarios** cuando la subida del precio de uno **reduce** la demanda del otro (se consumen conjuntamente). Son **independientes** si el precio de uno no afecta a la demanda del otro.

En el mercado español los ejemplos abundan y son medibles: el AVE y el avión en la ruta Madrid-Barcelona funcionan como sustitutivos, y el turismo diésel y el gasóleo como complementarios. La relación no es una cualidad física del producto, sino una **regularidad de comportamiento** que se estima con datos, y la herramienta para estimarla es la elasticidad cruzada del apartado siguiente.

6. Las elasticidades de la demanda

Decir que «al bajar el precio se compra más» es cualitativo y sirve de poco a un inspector que tiene que estimar cuánto va a recaudar un impuesto. Hace falta **medir la intensidad** de la respuesta, y medirla de forma que el resultado no dependa de las unidades: el mismo mercado no puede tener una sensibilidad distinta según se mida en litros o en hectolitros, en euros o en céntimos. De ahí que la medición se haga en **porcentajes**.

Elasticidad-precio de la demanda · porcentaje sobre porcentaje

La **elasticidad-precio de la demanda** mide la variación porcentual de la cantidad demandada que provoca una variación del **uno por ciento** en el precio del bien:

$$\epsilon_p = (\Delta Q / Q) \div (\Delta P / P) = (\Delta Q / \Delta P) \cdot (P / Q)$$

Por la ley de la demanda su **signo es negativo**, razón por la que suele manejarse en **valor absoluto**.

La fórmula admite dos versiones según qué precio y qué cantidad se pongan en el segundo factor.

Elasticidad puntual y elasticidad arco · el punto o el promedio

La **elasticidad puntual** usa el precio y la cantidad de **un punto** concreto de la curva: $\epsilon_p = (dQ/dP) \cdot (P/Q)$. La **elasticidad arco** usa los **valores medios** del tramo, para que el resultado no dependa de la dirección del recorrido:

$$\epsilon_{\text{arco}} = [\Delta Q / ((Q_1 + Q_2)/2)] \div [\Delta P / ((P_1 + P_2)/2)]$$

La razón de existir de la elasticidad arco es una asimetría incómoda: subir un precio de 25 a 30 € es un +20 %, pero bajarlo de 30 a 25 € es un -16,7 %, de modo que el mismo tramo arroja dos elasticidades distintas según se recorra de ida o de vuelta. Tomando el punto medio como base, el resultado es único.

Clasificación	Valor de	ϵ_p		Lectura económica
Demanda elástica	> 1	La cantidad reacciona más que proporcionalmente al precio	Demanda de elasticidad unitaria	1
La cantidad reacciona en la misma proporción que el precio	Demanda inelástica o rígida	< 1	La cantidad reacciona menos que proporcionalmente	Perfectamente elástica
∞	Curva horizontal: al menor aumento de precio la cantidad se anula	Perfectamente inelástica	0	Curva vertical: la cantidad no responde al precio

Los **determinantes** de que una demanda sea elástica o rígida son cinco, y se pueden razonar todos desde la descomposición del apartado 4:

Determinante	Hace la demanda más elástica cuando...
Sustitutivos disponibles	Hay muchos y buenos (una marca concreta de refresco frente a «bebidas» en general)
Peso en el presupuesto	El gasto es una parte importante de la renta (una vivienda frente a la sal)
Naturaleza del bien	Es un capricho prescindible, no una necesidad
Horizonte temporal	El plazo es largo: hay tiempo de cambiar de hábitos, de coche o de caldera
Amplitud del mercado definido	El mercado se define de forma estrecha (el bar de la esquina frente a la hostelería)

Elasticidad-renta · sensibilidad a la renta

La **elasticidad-renta de la demanda** mide la variación porcentual de la cantidad demandada ante una variación del **uno por ciento en la renta**:

$$\epsilon_M = (\Delta Q / Q) \div (\Delta M / M)$$

Su signo y su magnitud clasifican los bienes de una tercera manera, compatible con la del apartado 5:

Valor de ϵ_M	Tipo de bien	Ejemplo
$\epsilon_M > 1$	Bien de lujo o superior: crece más que la renta	Viajes de larga distancia, restauración de gama alta
$0 < \epsilon_M < 1$	Bien de primera necesidad : crece menos que la renta	Alimentación básica, suministros del hogar
$\epsilon_M < 0$	Bien inferior : decrece al crecer la renta	Marcas blancas de baja gama, transporte de peor calidad

Elasticidad cruzada · sensibilidad al precio de otro bien

La **elasticidad cruzada de la demanda** del bien X respecto del precio del bien Y mide la variación porcentual de la cantidad demandada de X ante una variación del uno por ciento en el precio de Y:

$$\epsilon_{xy} = (\Delta Q_x / Q_x) \div (\Delta P_y / P_y)$$

Es **positiva** si los bienes son **sustitutivos**, **negativa** si son **complementarios** y **nula** si son independientes.

EJEMPLO

⑦ **Las tres elasticidades con datos.** Una editorial vende un manual de oposiciones a 25 € y coloca 400 ejemplares al mes. Sube el precio a 30 € y las ventas caen a 320.

a) **Elasticidad-precio, arco.** $\Delta Q = -80$ y la cantidad media es $(400 + 320)/2 = 360$, luego la variación porcentual de la cantidad es $-80/360 = -22,22\%$. $\Delta P = +5$ y el precio medio es $(25 + 30)/2 = 27,50$, luego la variación porcentual del precio es $5/27,5 = +18,18\%$. Por tanto $\epsilon_{\text{arco}} = -22,22 / 18,18 = -1,22$. En valor absoluto es mayor que 1: demanda **elástica** en ese tramo.

b) **Elasticidad-precio, puntual.** La recta que pasa por los dos puntos tiene pendiente $\Delta Q / \Delta P = -80/5 = -16$, es decir $Q = 800 - 16P$ (compruébese: con $P = 30$, $Q = 320$). Entonces: — en el punto de partida, $\epsilon_p = -16 \cdot (25/400) = -1,00$, elasticidad **unitaria**, — en el punto de llegada, $\epsilon_p = -16 \cdot (30/320) = -1,50$, francamente **elástica**. Tres números distintos para el mismo tramo: la elasticidad **no es una propiedad de la curva, sino de cada punto de la curva**, y en una demanda lineal crece en valor absoluto a medida que subimos por ella.

c) **Elasticidad-renta.** La editorial observa que, cuando la renta media de sus clientes sube un 10 %, las ventas de su colección premium suben un 25 % y las de su colección económica bajan un 8 %. Entonces $\epsilon_M = 25/10 = +2,5$ para la premium (**bien de lujo**) y $\epsilon_M = -8/10 = -0,8$ para la económica (**bien inferior**).

d) **Elasticidad cruzada.** Un competidor sube el precio de su manual un 10 % y las ventas del nuestro aumentan un 6 %: $\epsilon_{xy} = 6/10 = +0,6$, **sustitutivos**. En cambio, cuando sube un 10 % el precio del curso presencial que acompaña

al manual, las ventas del manual caen un 4 %: $\epsilon_{xy} = -4/10 = -0,4$, **complementarios**.

MATIZ

En una demanda **lineal** la pendiente es constante pero la elasticidad **no**: vale infinito donde la curva corta al eje de precios, uno en el punto medio y cero donde corta al eje de cantidades. Pendiente y elasticidad no son lo mismo. Una curva muy tendida no es «elástica» por serlo: hay que evaluar el cociente P/Q en el punto.

7. Elasticidad e ingreso total; quién soporta un impuesto indirecto

Ingreso total · precio por cantidad

El **ingreso total** del vendedor es $IT = P \cdot Q$. Cuando el precio varía, el ingreso total se mueve en el sentido que marca la **elasticidad**: sube el precio y baja la cantidad, y de la magnitud relativa de ambos movimientos depende el resultado.

La regla se deduce sin cálculo. Si la demanda es **inelástica**, un aumento del precio del 10 % reduce la cantidad menos de un 10 %, así que el producto de ambos crece. Si es **elástica**, la cantidad cae más de un 10 % y el producto se reduce. Y si es unitaria, los dos porcentajes se compensan y el ingreso no se mueve.

Si la demanda es...	Al subir el precio, el IT...	Al bajar el precio, el IT...
Elástica (	ϵ	> 1)
Unitaria (	ϵ	1)
Inelástica (	ϵ	< 1)

En el ejemplo del manual la comprobación es inmediata: el ingreso pasa de $25 \cdot 400 = 10.000$ € a $30 \cdot 320 = 9.600$ €. Subir el precio le ha costado 400 € de ingreso, exactamente lo que anticipaba la elasticidad arco de $-1,22$. Y en el ejemplo del opositor con preferencias $X \cdot Y$, cuyo gasto en X era siempre 30 €, la elasticidad era unitaria en todo punto: por eso el ingreso del vendedor no cambiaba jamás.

Esta misma aritmética tiene una aplicación fiscal directa: la traslación de la carga de un impuesto indirecto.

Cuando se establece un impuesto de cuantía fija por unidad —el modo en que operan los Impuestos Especiales de la Ley 38/1992 sobre las labores del tabaco, los hidrocarburos o el alcohol—, la ley designa a un **sujeto pasivo**, típicamente el fabricante o el depositario autorizado, obligado a ingresar la cuota en el Tesoro. Pero quien **jurídicamente** paga y quien **económicamente** soporta el impuesto no tienen por qué coincidir: la ley determina lo primero y el mercado determina lo segundo. La legislación tributaria española es consciente de la distinción y regula expresamente la **repercusión** de la cuota sobre el adquirente en el Impuesto sobre el Valor Añadido y en los Impuestos Especiales, pero la repercusión *jurídica* solo abre la puerta a la traslación: cuánto se traslada de hecho lo decide la forma de las curvas.

Incidencia de un impuesto unitario · la reparte la elasticidad

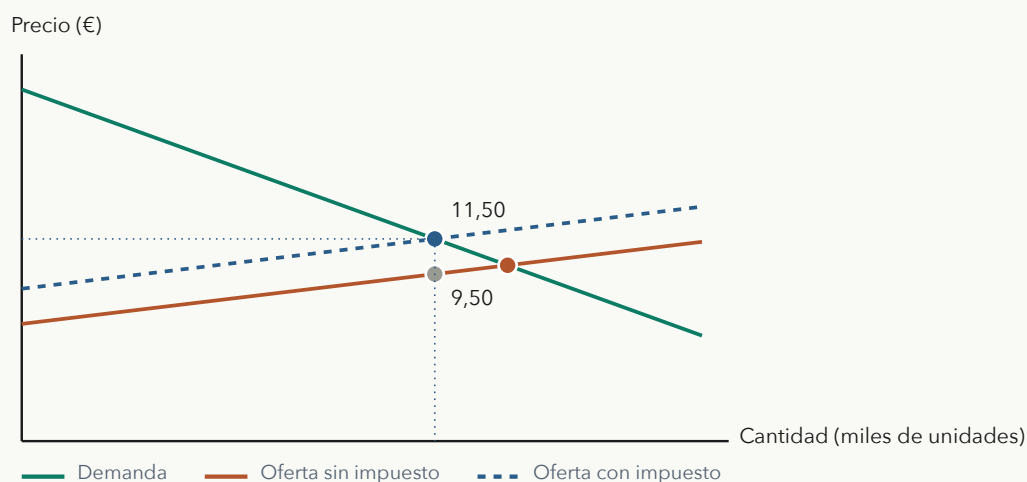
Ante un impuesto de t euros por unidad, la parte de la carga que soporta el **consumidor** —el aumento de su precio— es tanto mayor cuanto **más inelástica** sea la demanda y **más elástica** la oferta. La proporción que recae sobre el comprador es aproximadamente $\epsilon_{\text{oferta}} \div (\epsilon_{\text{oferta}} + |\epsilon_{\text{demanda}}|)$, y el resto lo soporta el vendedor vía reducción de su precio neto.

La intuición es limpia: **soporta el impuesto el lado del mercado que tiene menos capacidad de escapar**. Si los consumidores no pueden dejar de comprar —tabaco, carburantes, medicamentos—, el vendedor sube el precio y ellos pagan casi todo. Si los consumidores tienen alternativas fáciles y los productores no pueden reducir su producción sin arruinarse, la carga recae sobre el vendedor. En los dos casos extremos:

Situación	Quién soporta el impuesto
Demanda perfectamente inelástica	El consumidor , íntegramente
Demanda perfectamente elástica	El productor , íntegramente
Oferta perfectamente inelástica	El productor , íntegramente
Oferta perfectamente elástica	El consumidor , íntegramente

Hay un resultado adicional: la **cantidad intercambiada siempre cae**, salvo en los casos extremos de rigidez total, y esa caída es la fuente de la pérdida de eficiencia. Cuanto más elásticas sean ambas curvas, más se reduce la cantidad, más pérdida de bienestar se genera y **menos se recauda**. De ahí que los impuestos indirectos con mayor capacidad recaudatoria y menor distorsión sean, precisamente, los que gravan bienes de demanda rígida, con la contrapartida de que esos impuestos tienden a ser **regresivos**, porque los bienes de demanda rígida pesan más en el presupuesto de las rentas bajas.

TRASLACIÓN DE UN IMPUESTO DE 2 € POR UNIDAD



Demanda $P = 20 - 0,2Q$ y oferta $P = (100 + Q)/15$ se cortan en $Q = 50$ y $P = 10$. Con el impuesto la oferta pasa a $P = (100 + Q)/15 + 2$ y el nuevo corte es $Q = 42,5$: el comprador paga 11,50 y el vendedor recibe 9,50.

EJEMPLO

⑧ **Un impuesto de 2 € por unidad.** El mercado de un producto sujeto a un impuesto especial tiene demanda $Q = 100 - 5P$ y oferta $Q = 15P - 100$, con P en euros y Q en miles de unidades.

Paso 1 — equilibrio inicial. $100 - 5P = 15P - 100 \rightarrow 200 = 20P \rightarrow P = 10$ € y $Q = 50$ (miles de unidades).

Paso 2 — elasticidades en el equilibrio. En la demanda, $\Delta Q/\Delta P = -5$, luego $|\epsilon_d| = 5 \cdot (10/50) = 1,0$. En la oferta, $\Delta Q/\Delta P = +15$, luego $\epsilon_o = 15 \cdot (10/50) = 3,0$. La oferta es tres veces más elástica que la demanda: es previsible que la carga recaiga sobre el consumidor en su mayor parte.

Paso 3 — el impuesto. Se grava al vendedor con 2 € por unidad. El vendedor ofrece ahora, para cada precio de mercado P , la cantidad que antes ofrecía para $P - 2$: $Q = 15(P - 2) - 100 = 15P - 130$. Igualando a la demanda: $100 - 5P = 15P - 130 \rightarrow 230 = 20P \rightarrow P = 11,50$ € y $Q = 42,5$.

Paso 4 — reparto de la carga.

Concepto	Antes	Después	Variación
Precio pagado por el comprador	10,00 €	11,50 €	+1,50 €
Precio neto recibido por el vendedor	10,00 €	9,50 €	-0,50 €
Cantidad (miles de unidades)	50,0	42,5	-7,5

El consumidor soporta 1,50 de los 2 €, esto es el **75 %**, y el productor 0,50, el **25 %**. La regla de las elasticidades lo anticipaba con exactitud: $\epsilon_o / (\epsilon_o + |\epsilon_d|) = 3 / (3 + 1) = 0,75$.

Paso 5 — recaudación. $2 \text{ €} \times 42,5 \text{ miles de unidades} = 85 \text{ mil euros}$. Nótese que no son $2 \times 50 = 100$: la propia subida del precio ha reducido la base, y ese es el error habitual al estimar el rendimiento de una subida de tipos.

MATIZ

Es indiferente, en cuanto al reparto económico, que la ley designe como sujeto pasivo al vendedor o al comprador. Si el impuesto de 2 € se hubiera exigido al comprador, la demanda se habría desplazado hacia abajo en 2 € y el resultado final sería el mismo: comprador con desembolso total de 11,50 y vendedor con ingreso neto de 9,50. La **designación legal del obligado tributario no determina la incidencia económica**. La designación legal del obligado tributario no determina la incidencia económica.

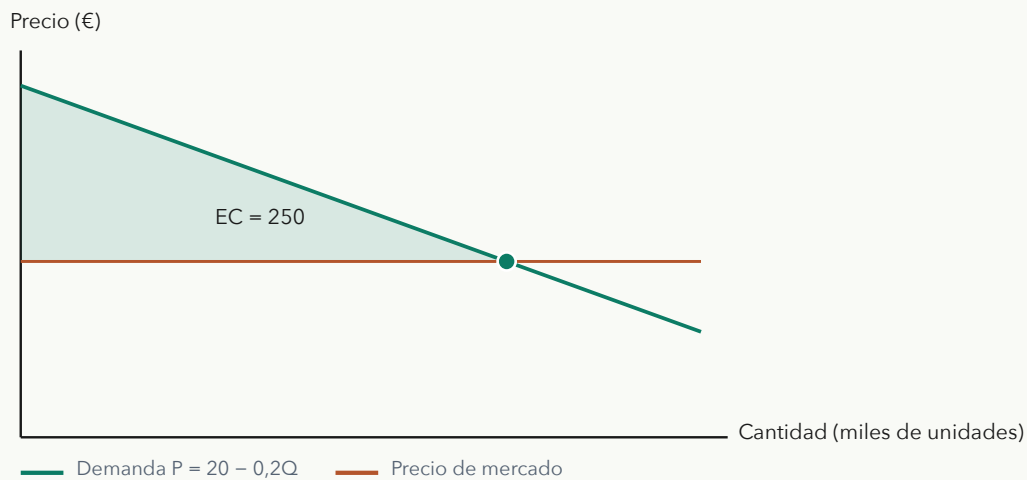
8. El excedente del consumidor

Falta una última pieza. La curva de demanda no solo dice cuánto se compra a cada precio: leída al revés, dice **cuánto está dispuesto a pagar** el consumidor por cada unidad adicional. La primera unidad la valora mucho, la segunda algo menos —utilidad marginal decreciente— y así hasta la última, que valora exactamente el precio de mercado. Pero por todas ellas paga **el mismo precio**. La diferencia entre lo que habría estado dispuesto a pagar y lo que efectivamente paga es una ganancia neta.

Excedente del consumidor · lo que se valora menos lo que se paga

El **excedente del consumidor** es la diferencia entre la **disposición máxima a pagar** por las unidades adquiridas y el **importe efectivamente pagado** por ellas. Gráficamente es el área situada **por debajo de la curva de demanda y por encima de la línea del precio**, hasta la cantidad comprada.

Con una demanda lineal el área es un triángulo y el cálculo es elemental: $EC = \frac{1}{2} \cdot (\text{precio de reserva máximo} - \text{precio de mercado}) \cdot \text{cantidad}$, siendo el precio de reserva máximo aquel al que la cantidad demandada se anula, es decir la ordenada en el origen de la curva de demanda.

EL EXCEDENTE DEL CONSUMIDOR

Con la demanda $P = 20 - 0,2Q$ y un precio de mercado de 10 €, se compran 50 unidades. El triángulo sombreado entre la demanda y la línea del precio mide $\frac{1}{2} \times (20 - 10) \times 50 = 250$ miles de euros de excedente del consumidor.

EJEMPLO

⑨ **Excedente del consumidor de una demanda lineal.** Seguimos con el mercado del ejemplo anterior, cuya demanda $Q = 100 - 5P$ se escribe de forma inversa como $P = 20 - 0,2Q$.

a) **Antes del impuesto.** El precio es 10 € y se compran 50 (miles de) unidades. La cantidad se anula cuando $P = 20$ €: nadie compraría a ese precio. Luego $EC = \frac{1}{2} \cdot (20 - 10) \cdot 50 = 250$ mil euros.

b) **Después del impuesto de 2 €.** El precio pagado sube a 11,50 € y la cantidad cae a 42,5. Ahora $EC = \frac{1}{2} \cdot (20 - 11,50) \cdot 42,5 = \frac{1}{2} \cdot 8,50 \cdot 42,5 = 180,625$ mil euros.

c) **Pérdida de excedente del consumidor:** $250 - 180,625 = 69,375$ mil euros. De esa pérdida, la parte que se convierte en recaudación soportada por el comprador es $1,50 € \times 42,5 = 63,75$ mil euros, y el resto, 5,625 mil euros, no lo gana nadie: es la porción de la pérdida de eficiencia que corresponde al lado

de la demanda, generada por las 7,5 unidades que han dejado de intercambiarse aunque el comprador las valoraba por encima del coste de producirlas.

El excedente del consumidor no es una curiosidad geométrica. Es la magnitud con la que se evalúa, en términos de bienestar, cualquier medida que altere un precio: una subida de tipos en un impuesto indirecto, un precio máximo, un arancel, la apertura de un mercado a la competencia. Junto con su gemelo —el excedente del productor, el área por encima de la curva de oferta y por debajo del precio— permite comparar lo que un ciudadano gana con lo que el Tesoro recauda y determinar cuánto de la carga tributaria se pierde por el camino sin beneficiar a nadie.

RECUERDA

Cinco ideas cierran el epígrafe. **Una**, la curva de demanda se construye punto por punto desde el equilibrio del consumidor a través de la senda precio-consumo, y la de mercado se obtiene sumando **horizontalmente** las individuales. **Dos**, el precio del propio bien mueve *a lo largo* de la curva; la renta, los otros precios, las preferencias y las expectativas mueven *la curva*. **Tres**, toda variación de precio se descompone en **efecto sustitución** —siempre de signo contrario al precio— y **efecto renta**, cuyo signo depende de que el bien sea normal o inferior; solo cuando el segundo vence al primero aparece el **bien de Giffen**. **Cuatro**, la elasticidad es un cociente de porcentajes, cambia de un punto a otro de la misma curva y decide si una subida de precio aumenta o reduce el ingreso del vendedor. **Cinco**, y con esto se responde a la pregunta fiscal: un impuesto indirecto lo soporta el lado del mercado con la **elasticidad más baja**, con independencia de a quién designe la ley como obligado a ingresarlo.

TU OPOSICIÓN, EN UNA APP

El temario que tienes en las manos cobra vida en la app Persevera, con todo para estudiarlo:

tests · psicotécnicos · flashcards con repaso espaciado · supuestos
cursos · simulacros · mapas mentales · tutor IA · planificador

7 días de prueba · Suscripción sin permanencia: cancelas cuando quieras.

**APP STORE**

para iPhone y iPad

**GOOGLE PLAY**

para Android

**EN LA WEB**app.perseveraoposiciones.com

DEL MISMO EQUIPO



Eroodite — Estudia cualquier cosa con IA

Persevera es para tu oposición. **Eroodite, para todo lo demás:** tu carrera universitaria, otras oposiciones o cualquier material que caiga en tus manos. Sube tus apuntes, PDFs, vídeos de YouTube o fotos y su inteligencia artificial te crea al momento exámenes, fichas de repaso, resúmenes y mapas mentales. Con un tutor con IA que resuelve dudas —hasta las que le haces una foto—, repaso espaciado y modo concentración.

Tus apuntes, listos para estudiar en segundos. Empieza gratis.

**APP STORE**

para iPhone y iPad

**GOOGLE PLAY**

para Android